

صياغة وحل نماذج البرمجة الخطية باستخدام برنامج الجداول الإلكترونية (Excel)

الخلاصة:

يهدف هذا البحث الى ابراز اهمية استخدام الجداول الالكترونية لحل كثير من مشاكل الاقتصاديين ومتخذي القرار بصفة عامة ولطلاب الجامعات بصفة خاصة ، حيث تساهم الجداول الالكترونية في تقليل الكثير من الصعوبات التي تواجه الطلبة في صعوبة الحصول على البرمجيات الجاهزة (Software) الخاصة بالتحليل الكمي ، وايضا لصعوبة فهمها ومعرفة كيفية تطبيقها حيث يستغرق ذلك وقتا طويلا لاستيعابها وكذلك لارتفاع ثمنها. وتستخدم الجداول الالكترونية في حل الكثير من نماذج البرمجة الخطية الواقعية في مجالات متعددة مثل تخصيص الموارد ،جدولة الانتاج ، اتخاذ القرارات الادارية ، حل مسائل النقل حيث تمتاز الجداول الالكترونية بسهولة استيعابها وتطبيقها حتى للذين ليس لهم داية كافية بالاسس والخلفية الرياضية بنماذج البرمجة الخطية و التحليل الكمي. ويتضمن البحث مثالا عمليا لتوضيح اهمية استخدام هذا الاسلوب

1- المقدمة :

ان نماذج البرمجة الخطية استخدمت في الكثير من المشاكل الاقتصادية سواء كانت انتاجية او تمويلية او ادارية ، ففي الاول تساعد البرمجة الخطية في حل مشكلات تخصيص الموارد النادرة بين الاستخدامات البديلة بحيث يتحقق عن هذا التوزيع الحد الاقصى من الكفاءة . كما تستخدم في نماذج البرمجة الخطية في جدولة الانتاج او في اتخاذ القرارات المتعلقة بالوظائف الرئيسية للادارة كالتخطيط والتنظيم والرقابة . وتساهم البرمجة الخطية في حل مسائل النقل والتوزيع حيث تستخدم للوصول الى اقل كلفة عند نقل وتوزيع الانتاج الى مناطق اخرى¹ . فضلا عن ذلك فان البرمجة الخطية تستخدم في قياس كفاءة اداء الوحدات الاقتصادية والادارية التي لها مدخلات ومخرجات متشابهة² .

مع كل ذلك فان نماذج البرمجة الخطية تحتاج الى شخص مختص (تدرس مادة بحوث العمليات في اقسام معينة فقط في كليات الادارة والاقتصاد) عند تطبيقها عمليا ، اذ الى ذلك

(1) د. محمد عبد العال النعيمي وآخرون ، مقدمة في بحوث العمليات ، دار وائل للنشر ، عمان ، 1999 ص

(2) David R. A., etal "Quantitative methods for business" South-Western College Publishing , Ohio .2001, p 358.

حل مسائل البرمجة الخطية تحتاج الى برامج خاصة وفي الغالب هذه البرامج تكون غالية الثمن نسبيا ، كما ان التمرس عليها يحتاج الى وقت ليس بالقليل ³ ، من هنا جاء الهدف من هذه الورقة . حيث يمكن استخدام الجداول الالكترونية في حل مسائل البرمجة الخطية .

3- الجداول الالكترونية ونماذج البرمجة الخطية

يمكن حل نماذج البرمجة الخطية بثلاثة طرق هي ⁴ :

أ- الطريقة البيانية وهذه الطريقة يمكن استخدامها لمتغيرين فقط .

ب- الطريقة العادية وهي طريقة السمبلكس Simplex وهي تحتاج الى حسابات كثيرة وطويلة.

ج- من خلال استخدام البرامج الجاهزة والتي تكون عادة مرتفعة الثمن وصعوبة التعامل معها.

مع استخدام الجداول الالكترونية وخصوصا برنامج الاكسل يمكننا التغلب على المصاعب التي تظهر مع استخدام الطرق السابقة الذكر . وبرنامج الاكسل له مميزات كثيرة منها سهولة التعامل معه ويمكن استخدامه في مجالات كثيرة منها التحليل المالي والاحصائي ، الرسوم البيانية المختلفة ، الدوال الرياضية المختلفة ، تحليل الجداول وادارتها ، اضافة الى امكانية استخدامه في حل نماذج البرمجة الخطية من خلال استخدام خاصية Solver ⁵ . ولتوضيح ذلك نورد المثال التطبيقي التالي.

4- مثال تطبيقي

نفترض لدينا شركة تنتج نوعين من الاثاث هما الكراسي (T) والمناضد (C) وهذه الشركة تستخدم الخشب والايدي العاملة في انتاجها ، ولدى الشركة 1200 ساعة عمل متاحة للعمل و \$ 5000 لشراء الخشب ، ولانتاج كرسي واحد تحتاج 4 ساعات عمل و \$ 10 وتحتاج المنضدة الواحدة الى 7 ساعات عمل و \$ 35 . ويعطي انتاج الكرسي الواحد ربحا قدره \$ 9 والمنضدة \$ 20 . والسؤال المطروح هو ماهو المزيج الامثل من المنتجين الذي يعطي اعلى الارباح ؟

(3) Caine, D. J. and Parker B. J. "Linear programming comes of age: a decision support tool for every " . Journal of Management Decision. London :1996. Vol. 34 Iss. 4 : p 46

(4) Zolfe A. F. Shalby "Solving linear programming models by spreadsheet software packages" Journal of faculty Economics and Administrative. King Abdul-Aziz University, Jeddah. :2000. Vol. 14. No. 2 p 4.

(5) Vijay G. " Financial analysis using Excel " VJ books Inc, Canada . 2002. p 227

ويمكن كتابة المثال السابق على هيئة نموذج برمجة خطية ويكون بالشكل الاتي

$$\text{Maximize Profit} = 8C + 20T$$

Subject to:

$$4C + 7T \leq 1200 \quad \text{قيد العمل}$$

$$10C + 35T \leq 5000 \quad \text{قيد الخشب}$$

$$C \geq 0, T \geq 0 \quad \text{قيد اللاسلبية}$$

5- صياغة وحل نموذج البرمجة الخطية في برنامج الأكل

لصياغة وحل نموذج البرمجة الخطية في برنامج الاكسل ينبغي العمل بالخطوات الاتية:

أ- ادخال البيانات بشكل صحيح

ب- كتابة الصيغ المطلوبة

ج- تعريف خلية الهدف (خلية الهدف)

د- تحديد الخلايا المتغيرة

هـ- اضافة القيود

و- خيارات الحل

ز- حل النموذج

أ- ادخال البيانات بشكل صحيح

نقوم بادخال البيانات كما في الشكل 1 وكالاتي :

- ادخال بيانات متغيرات القيود (انظر الخلايا B5:C5 ، B8:C9 و F8:F9) وهذه الخلايا تسمى خلايا الادخال data cells .
- ادخال متغيرات القرار (في هذه الخطوة نقوم فقط بتسمية الخلايا وندخل قيمة اولية لكل متغير قرار ، انظر الخلايا B3 و C3) . وهذه الخلايا تسمى الخلايا المتغيرة . Changing cell
- الكمية (دالة الهدف) التي نهدف الى تحقيقها وهي اما تكون تعظيم للربح او تدنية للتكاليف (وينبغي ان تكون على شكل معادلة equation تعتمد على قيم متغيرات القرار) . والخلية التي تحتوي (انظر الخلية D5) على هذه الكمية تسمى خلية الهدف . target cell

- ادخال قيم القيود (والتي تتضمن الطرفين ، الطرف الايسر يمثل الموارد المستخدمة ،الطرف الايمن يتضمن الموارد المتوفرة) . والنتائج من قيود الطرف الايسر (انظر الخلايا D8:D9) يسمى خلايا الناتج output cells .

شكل (1) ادخال البيانات

	A	B	C	D	E	F
1						
2		كراسي	مناضد			
3	الحل	0	0			
4				الربح الاجمالي		
5	الربح	\$9.00	\$20.00	\$0.00		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	0	≤	1200
9	الخشب	10	35	0	≤	5000

ب-كتابة الصيغ المطلوبة

نستخدم صيغة SUMPRODUCT كما موضح بالشكل 2 ، وهذه الدالة تستخدم لاجاد ناتج جمع خلايا معينة ذات نطاقين two range . فمثلا SUMPRODUCT(B5:C5,B3:C3) هذه الصيغة تجمع الناتج الحاصل من B5*B3 مع C5*C3 . ويجب ان يكون كلا النطاقين من نفس المرتبة (عدد الصفوف وعدد الاعمدة متساوية) . وبالنسبة لنماذج البرمجة الخطية ينبغي دائما استخدام دالة SUMPRODUCT او دالة SUM لدالة الهدف والقيود حتى نضمن خطية المعادلة .

شكل (2) ادخال الصيغ

	A	B	C	D	E	F
1						
2		كراسي	مناضد			
3	الحل	0	0			
4				الربح الاجمالي		
5	الربح	9	20	=SUMPRODUCT(B5:C5;B3:C3)		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	=SUMPRODUCT(B8:C8;B3:C3)	≤	1200
9	الخشب	10	35	=SUMPRODUCT(B9:C9;B3:C3)	≤	5000

ج-تعريف خلية الهدف target cell (دالة الهدف)

عندما نتأكد من ادخال البيانات كاملة والتي تحتوي على عناصر نموذج البرمجة الخطية (البيانات ، متغيرات القرار ، دالة الهدف ، القيود) ننقل الى الخطوة التالية ك

- نختار الامر Solver من قائمة Tolls .

لكي نختار خلايا دالة الهدف ، نختار زر الخيار المقابل الى مجموعة دالة الهدف Set

target cell من نافذة solver (انظر الشكل 3) وبعدها نقوم باحد الاجراءات الاتية :-

1-ننقر على الخلية التي تمثل دالة الهدف.

2-نطبع عنوان الخلية التي تمثل دالة الهدف.

- ثم نختار اما تعظيم Max او تدنية Min ، وهذا يعتمد على دالة الهدف فيما

اذا كانت تعظيم او تدنية .

شكل (3)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		كراسي	مناضد				
3	الحل	0	0				
4				الربح الاجمالي			
5	الربح	\$9.00	\$20.00	\$0.00			
6							
7				LHS		RHS	
8	العمل	4	7	0	≤	1200	
9	الخشب	10	35	0	≤	5000	

Solver Parameters	
Set Target Cell:	\$D\$5
Equal To:	<input checked="" type="radio"/> Max <input type="radio"/> Min <input type="radio"/> Value of: 0
By Changing Cells:	<input type="text"/>
Subject to the Constraints:	<input type="text"/>
	Buttons: Solve, Close, Options, Reset All, Help

* ويجب ان نلاحظ ان خلية دالة الهدف تكون خلية واحدة فقط ، وهذه الخلية تحتوي على المعادلة التي تحقق دالة الهدف.

د-تحديد الخلايا المتغيرة

في هذه الخطوة نقوم بتحديد خلايا متغيرات القرار والتي سيقوم ال Solver بتغيير قيمتها عندما يحاول ان يجد القيمة القصوى للنموذج (انظر الشكل 4) . ولعمل ذلك نتبع ما يلي :-
 • ننقر على زر خيار " تغيير الخلايا " By changing Cell و ثم نقوم باحد الاجراءات الاتية :-

- 1-نختار الخلايا التي تمثل خلايا متغيرات القرار .
- 2-نطبع كل عناوين الخلايا التي تمثل متغيرات القرار .

شكل (4)

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		كراسي	مناضد				
3	الحل	0	0				
4				الربح الاجمالي			
5	الربح	\$9.00	\$20.00	\$0.00			
6							
7				LHS		RHS	
8	العسل	4	7	0	≤	1200	
9	الخشب	10	35	0	≤	5000	

هـ اضافة القيود

لكي نبدأ باضافة القيود ننقر على زر Add من نافذة Solver . سنتظهر نافذة حوار جديدة وسيكون المؤشر في "مرجع الخلية " Cell Reference (انظر الشكل 5) فنقوم باحد الاجراءات الاتية :

- 1-ننقر على الخلايا التي نريدها تكون مقيدة .
- 2-نطبع مراجع الخلايا التي نريدها تكون مقيدة .


ومن خانة اختيار المتباينات نختار المتباينة المطلوبة (نختار \leq) للقيود ثم ننقر على نافذة زر خيار القيود Constraint ونقوم باحد الاجراءات الاتية :

1- ننقر على الخلايا التي تحتوي على قيم القيود.

2- نطبع مراجع الخلايا التي تتضمن قيم القيود .

شكل (5) ادخال القيود

	A	B	C	D	E	F
1						
2		كراسي	مناضد			
3	الحل	0	0			
4				الربح الاجمالي		
5	الربح	\$9.00	\$20.00	\$0.00		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	0	\leq	1200
9	الخشب	10	35	0	\leq	5000



وبعد اختيار القيود ننقر على زر Ok ، لكي نعود الى نافذة solver .

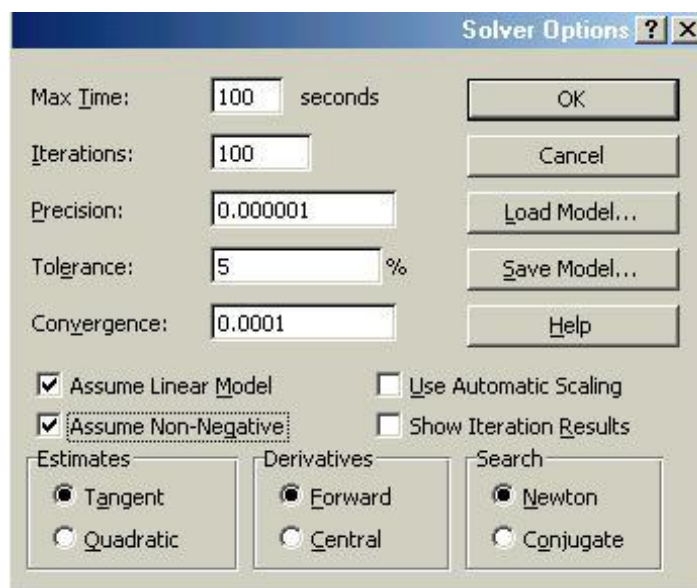
و-خيارت الحل

عند تحديد خلايا الهدف والخلايا المتغيرة والقيود ستكون نافذة Solver بالشكل 6

شكل (6) نافذة solver



بقي الان شي يجب التنويه عليه وهو زر الخيارات Options في نافذة Solver ، فعند النقر على هذا الزر ستظهر لنا نافذة Solver Option (انظر الشكل 7) وهنا يجب ان ننقر على المربعات " افتراض خطية النموذج " Assume Linear Model و" افتراض اللاسلبية " Assume Non-Negative . ثم ننقر على زر Ok. شكل (7) خيارات الحل



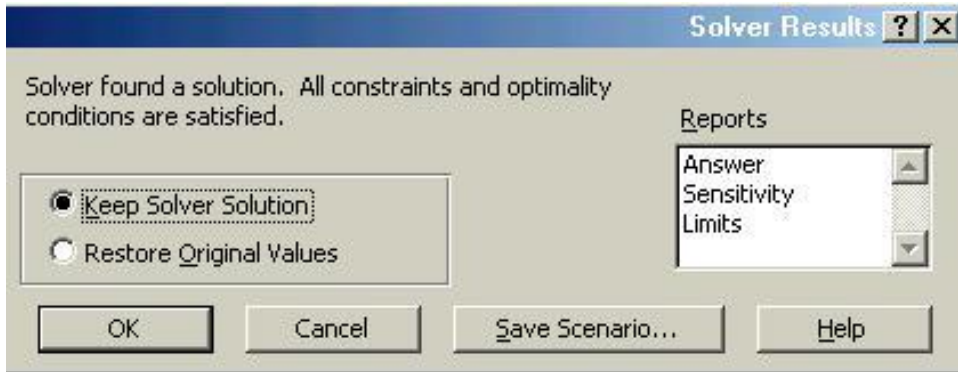
ز- حل النموذج

بعد صياغة النموذج وتحديد الاختيارات المطلوبة ننقر على زر Solve وبعدها سنحصل على واحدة من الرسائل الاربع الاتية :

- 1- "Solver found a solution. All constraints and optimality conditions are satisfied" مما يعني ان ال Solver وجد الحل الامثل للنموذج.
- 2- "Cell values did not converge" ويشير هذا الى ان دالة الهدف تصل الى ما لانهاية . وهذا ناتج عن نسيان كتابة قيد او ادخال دالة خاطئة.
- 3- "Solver could not find a feasible solution" وهذا يشير الى عدم الحصول على حل ممكن ، وينتج من ادخال غير صحيح للقيد او الدوال .
- 4- "Conditions for Assume Linear Model not Satisfied" هذه الرسالة تشير الى ادخال دالة او صيغة غير خطية .

وإذا وجد Solver الحل الامثل ستظهر لنا نافذة تحتوي على عدة خيارات (انظر الشكل 8) ، يجب ان نأخذ الاختيار الاول اذا اردنا ان نحفظ بالحل الامثل في ورقة اكسل ، وإذا اختارنا الخيار الثاني فان سنحصل على القيم الاولية التي ادخلناها في ورقة اكسل .

الشكل (8) الحل الامثل



	A	B	C	D	E	F
1						
2		كراسي	مناضد			
3	الحل	100	114.29			
4				الربح الاجمالي		
5	الربح	\$9.00	\$20.00	\$3,185.71		
6						
7				LHS		RHS
8	العمل	4	7	1200	≤	1200
9	الخشب	10	35	5000	≤	5000

ومن نتائج الحل الامثل نجد ان الشركة تنتج 100 كرسي و 114.29 منضدة حتى تحقق اعلى ربح لها وهو \$ 3185.71 .

6- تحليل الحساسية (ما بعد الحل الامثل) Sensitivity analysis

اضافة الى المعلومات التي حصلنا عليها من الحل الامثل ، فان هناك خيارات اخرى يوفرها لنا Solver وهي التقرير answer report و تحليل الحساسية .

فالتقرير يعطينا معلومات تفصيلية للحل الامثل على شكل تقرير وكذلك يبين لنا اي من القيود تكون ملزمة . وايضا يعطينا صورة عن القيود التي تكون غير ملزمة . (انظر الشكل 10)

شكل (10)

Target Cell (Max)				
Cell Name	Original Value	Final Value		
\$D\$5 الربح الاجمالي	\$3,185.71	\$3,185.71		
Adjustable Cells				
Cell Name	Original Value	Final Value		
\$B\$3 الحل كراسي	100	100		
\$C\$3 الحل مناجند	114.2857143	114.2857143		
Constraints				
Cell Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$D\$8 LHS العمل	1200	\$D\$8<=\$F\$8	Binding	0
\$D\$9 LHS الخشب	5000	\$D\$9<=\$F\$9	Binding	0

اما تحليل الحساسية او تقرير تحليل الحساسية فهو يخبرنا كم يؤدي تغير البيانات (القيود مثلا) في نتيجة الحل الامثل⁶ . (انظر الشكل 11) ، وايضا يحتوي تقرير تحليل الحساسية على معلومات مهمة . فمثلا لو نظرنا تحت عمود اسعار الظل Shadow price ، فالقيمة 1.64286 تمثل الزيادة في دالة الهدف الناتجة عن زيادة عدد ساعات العمل من 1200 الى 1201.

شكل (11) تقرير تحليل الحساسية

Adjustable Cells						
Cell Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease	
\$B\$3 الحل كراسي	100	0	9	2.428571429	3.285714286	
\$C\$3 الحل مناجند	114.2857143	0	20	11.5	4.25	
Constraints						
Cell Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease	
\$D\$8 LHS العمل	1200	1.642857143	1200	800	200	
\$D\$9 LHS الخشب	5000	0.242857143	5000	1000	2000	

(6) Donald L. H. and James F. H. "Data , Statistics, and Decision Models with EXCEL" John Wily Sons, Inc. New York , 1998 . p 510.

7-الاستنتاجات والمقترحات

خلال السنوات الاخيرة اتضح دور واهمية استخدام الجداول الالكترونية في التحليل الكمي والاحصائي والتي كان لها الدور الكبير في تذليل الكثير من الصعوبات التي تواجه الاقتصاديين ومتخذي القرار لما توفره من مزايا ومهام وفي مجالات عديدة منها التنبؤ والتسويق والتحليل المالي وغيرها من المجالات .

كما ان سهولة التعامل مع هذه الجداول لم تصبح