



المعهد العربي للتدريب
والبحوث الإحصائية

الأرقام القياسية

إعداد

الاستاذ الدكتور خالد زهدي خواجه

مدير عام

المعهد العربي للتدريب والبحوث الإحصائية

الارقام القياسية Index Numbers

تعريف الرقم القياسي:

الرقم القياسي هو اداة احصائية لقياس التغير النسبي في قيم اي ظاهرة او مجموعة من الظواهر من زمان الى آخر او من مكان الى آخر.

وأبسط أشكال الأرقام القياسية هو ما يعرف بمنسوب السعر وهو عبارة عن قسمة قيمة الظاهرة في سنة معينة او مكان معين على قيمتها في سنة اخرى او مكانا اخر ويطلق على السنة التي ننسب اليها اسم " سنة الاساس" والسنة التي ننسبها "سنة المقارنة" كذلك بالنسبة للمكان المنسوب اليه "مكان الاساس" والمكان الذي ننسبه "المكان المقارن".

تساعد الارقام القياسية الباحث أو الاقتصادي او رجل الاعمال على مقارنة التغيرات في الاسعار، الانتاج، التجارة وغيرها مع بيانات مماثلة عن فترة زمنية اخرى تدعى فترة الاساس.

تطبيقات الارقام القياسية

يمكننا ان نلخص ونعدد أهم المجالات التي يستخدم فيها الرقم القياسي بمايلي:-

- 1) مقارنة تكاليف المعيشة من زمن الى اخر او مكان الى اخر.
 - 2) تحديد اجور العمال والموظفين وتعديل هذه الاجور وفقا لتطور الرقم القياسي، فاذا تضاعف الرقم القياسي لاسعار المرفق مثلا يجب أن يزداد الراتب الى ضعفه.
 - وهناك شرطا في عقود العمل في بعض الدول يربط الاجر المحدد في العقد بالرقم القياسي للاسعار، بحيث يزداد الاجر مع زيادة الرقم القياسي وينخفض بانخفاضه.
 - 3) المساهمة في تقرير سياسة الحكومة تجاه الضرائب على الاستهلاك والاجور.
 - 4) تحديد سياسة الدولة تجاه مراقبة الاسعار والتدخل لحماية المستهلك.
 - 5) الدلالة أو الكشف عن وجود التضخم النقدي.
 - 6) حساب القوة الشرائية للوحدة النقدية.
 - 7) حساب الاجر الحقيقي للعمال والموظفين وتمييزه عن الاجر النقدي.
 - 8) مع ان اوسع نطاق لتطبيق الارقام القياسية هو في حقل الاقتصاد والتجارة، الا ان ذلك لا يمنع من تطبيق هذا المقياس على بقية فروع العلوم الاجتماعية او الطبيعية، ففي التعليم مثلا تستخدم الارقام القياسية لمقارنة مستوى الذكاء للطلاب في اماكن مختلفة او على امتداد عدة سنوات.
- وبالرغم من تعدد المجالات التي تستخدم فيها الارقام القياسية الا ان الاسعار هي اهم المجالات التي تستخدم فيها الارقام القياسية ولذلك سنستعرض هنا طرق تركيب الارقام القياسية للاسعار. وهذه الطرق هي نفسها تستخدم ايضا في حساب الرقم القياسي للانتاج او الاجور او نفقة المعيشة او غيرها.

خطوات اعداد الرقم القياسي:

هناك عدة خطوات يجب القيام بها لاعداد الرقم القياسي لاسعار المفرق هي:

اولاً- تحديد المواد التي ستدخل في حساب الرقم القياسي:

(أ) تصنيف المواد ضمن فئات او مجموعات انفاق مثل:

- الحبوب ومنتجاتها
- الخضراوات
- اللحوم والاسماك والبيض
- الزيوت والدهون
- السكريات والمرطبات
- الدخان والكحوليات
- الوقود
- الثقافة والتسلية
- الملابس
- السلع المنزلية
- السكن

(ب) أهمية المواد:

نظرا لانه من الصعوبة بمكان ان لم نقل من المستحيل ان نضمن قائمة الرقم القياسي جميع الاجزاء الصغيرة المكونة لكل مجموعة من المجموعات اعلاه فانه يتوجب علينا ان نختار بصورة عقلانية من كل مجموعة المواد التي تعتبر ممثلة لها. ويعتمد الاختيار على اهمية المادة، فهناك مواد عامة لا يختلف الناس في اهميتها كالانفاق على المواد الضرورية مثل الخبز واللحم والخضار ولكن بالنسبة لاجلب المواد ليس هناك مقياس عام موحد يدل على أهمية المادة بالنسبة لانفاق الاسر. هناك بعض المؤشرات تستخدم في بعض الدول للدلالة على أهمية المادة فمثلا قد تؤخذ المواد التي يبلغ الانفاق عليها 1% أو اكثر من مجموع انفاق الاسر أو 0.1% كما في الولايات المتحدة. او قد يتخذ كاساس نسبة الاسر التي تشتري المواد كأن نأخذ المواد التي اشتراها على الاقل 50% من اسر العينة.

ج) تعديل القائمة:

مع الزمن تتغير عادات البشر في الاستهلاك كما ان مواد كثيرة تحل محل مواد اخرى او مواد مهمة تصبح غير مهمة او العكس بهذا يجب مراجعة قائمة المواد كلما مضت فترة من الزمن.

د) عدد المواد المنتقاة:

ليس هناك تحديد لعدد المواد الممكن انتقاؤها وادخالها في الرقم القياسي الا انه يتوجب ان تكون قائمة المواد ممثلة لمختلف الفئات والمجموعات، وان حسن انتقاء المواد خير من الاكثار منها دون تدقيق.

هـ) التماثل:

يجب ان ندرك عند تحديد المواد ان التطورات السريعة للاختراعات في هذه الايام يحدث تغيرات هامة على جودة ونوعية وسعر بعض المواد حتى وان كانت نفس المادة ونفس المنتج فلانستطيع ان نقارن بين جهاز حاسوب حديث واخر قديم ولا بين سيارة موديل 1950 واخرى حديثة.

وهكذا يجب ان نحافظ على تماثل المواد بين فترة زمنية واخرى.

ثانياً- تحديد مصادر الاسعار:

من حيث المصادر التي تستقى منها الاسعار فانه لا يوجد صعوبة فالاسعار شبه ثابتة اما لانها مسعرة من قبل الحكومة أو بفعل المنافسة الحرة.

وربما يكون هناك فروقاً بين الاسعار من محل تجاري الى اخر بسبب اختلاف الموقع او نوع الخدمة، ولكن هذه الفروق تكون في الغالب صغيرة ويمكن ازالة اثرها باخذ متوسط السعر من المحلات التجارية النموذجية.

ثالثاً- تحديد سنة الاساس:

في هذه الحالة نحدد الاساس الذي نقيس سنة التغير او السنة التي سننسب اليها التغير. ويجب ان تكون فترة الاساس عادية وخالية من المؤشرات العرضية ولا ننسب الى سنة كساد او سنة رواج او سنة حرب او سنة قحط او غيره فاذا نسبنا الى سنة في اعماق الكساد فان قيمة الظاهرة (الاسعار مثلاً) تبدو وكأنها مرتفعة جداً بالقياس الى سنة الاساس اما اذا نسبنا الى سنة تتصف بالرخاء فأن الاتجاه العام للظاهرة يبدو وكأنه سالب.

ومن الضروري ان نراعي طول الفترة بين سنة الاساس وسنة المقارنة فعند اعداد الرقم القياسي لنفقات المعيشة نجد ان سلعا تختفي ويجب الغاءها من الحساب وسلعا اخرى جديدة يجب ادخالها في الحساب كما ان الاهمية النسبية للسلعة تتغير بمرور الزمن كما ذكرنا سابقاً.

رابعاً- اعداد الترجيحات:

ماهي الترجيحات:

تمثل الترجيحات الالهية النسبية التي تعطى لكل مادة من المواد عند حساب الرقم القياسي. فمثلا نفرض ان سعر الخبز ارتفع عشرة بالمئة، وارتفع سعر الشوكولاته عشرة بالمئة ايضا. ان كلا من السعرين ارتفع بنفس النسبة ولكن ايهما يؤثر تائيرا اكبر على انفاق المستهلكين والاسر؟ وبالطبع بالنسبة لبلادنا ان ارتفاع سعر الخبز ذو اهمية اكبر بكثير من ارتفاع سعر الشوكولاته. ولكن السؤال كيف تقاس تلك الالهية النسبية لكل مادة؟.

بما اننا نبحث عن الارقام القياسية للاسعار فان الالهية النسبية لكل مادة تقاس بالكميات التي تستهلك منها خلال السنة او بقيم تلك الكميات، ففي مثالنا السابق قد نجد ان الفرد يستهلك حوالي (180) كغ من الخبز بينما نجده يستهلك فقط (2) كغ من الشوكولاته في السنة. ولذلك فان المستهلك يشعر بوطئة ارتفاع الخبز اكثر بكثير من شعوره بارتفاع اسعار الشوكولاته، حيث ان الكميات التي يستهلكها من الخبز اكثر بكثير من الكميات التي يستهلكها من الشوكولاته. وإذا يجب عند حساب الرقم القياسي لاسعار المفرق ان نرجح كل مادة بما يتناسب مع اهمية الانفاق والاستهلاك.

حساب الترجيحات:

هناك عدة طرق لحساب اوزان أوترجيحات الارقام القياسية لاسعار المفرق، وهي تتعلق بطرق تقدير الكميات المستهلكة او قيم الانفاق عليها.

فمن الممكن تقدير الكميات المستهلكة من المواد او قيمتها بطريقة سريان البضائع وذلك بأن نقدر انتاج المواد ونتابعه الى ان يستقر في ايدي المستهلكين وفقاً للخطوات التالية:

أ- تقدير الكميات المنتجة في العام او تقدير قيمتها.

ب- اضافة الكميات المخزونة من العام السابق او اضافة قيمتها.

ج- اضافة الكميات المستوردة او قيمتها وطرح الكميات المصدرة أو قيمتها.

د- طرح الكميات المخزونة في اخر العام او قيمتها (المدورة الى العام القادم).

ومن الممكن اتباع طريقة كميات مبيعات المفرق او قيمتها وذلك بان نقدر عن طريق بائعي

المفرق لكميات البضائع المباعة او قيمتها خلال فترة العام.

ولكن احسن الطرق للحصول على ترجيحات الارقام القياسية لاسعار المفرق هي دراسات

نفقات الاسرة حيث تزودنا هذه الدراسات بكميات المواد وقيمها الفعلية التي تستهلكها الاسر طيلة العام،

فهي ادق واصدق تمثيلا لتكوين الاستهلاك وتوزيعه على مختلف المواد والبضائع والخدمات.

طرق تركيب الارقام القياسية

هناك طريقتان اساسيتان لتركيب الارقام القياسية وهما:

اولاً: الارقام القياسية التجميعية **Aggregative Index Numbers**

ثانياً: الارقام القياسية النسبية **Relative Index Numbers**

وكل طريقة من هاتين الطريقتين يمكن تصنيفها الى طريقة بسيطة واخرى مرجحة.

اولاً: الارقام القياسية التجميعية:

1) الرقم القياسي التجميعي البسيط **Simple Aggregate Index**

الرقم القياسي التجميعي البسيط هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع اسعار السلع في سنة المقارنة على مجموع اسعار نفس السلع في سنة الاساس. أي أن:

$$I = \frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times 100$$

مثال(1):

مثال فرضي

جدول (1) التالي يعطي اسعار بعض السلع الاستهلاكية في السنوات 1990، 1995، 2000، أحسب الرقم القياسي التجميعي لاسعار هذه السلع باستخدام سنة 1990 كسنة أساس.

جدول(1)

السلعة	1990	1995	2000
خبز (بالكيلو غرام)	0.05	0.08	0.10
بيض (بالدزينة)	0.15	0.30	0.04
زيت زيتون (باللتر)	0.80	1.00	1.50
لحم (بالكيلو غرام)	1.00	2.62	3.00
المجموع	2.00	4.00	5.00

الحل:

$$I = \frac{\sum P_n}{\sum P_o} (100)$$

$$I_{90} = \frac{2}{2} (100) = 100$$

$$I_{95} = \frac{4}{2} (100) = 200$$

$$I_{2000} = \frac{5}{2}(100) = 250$$

وهذه النتائج تعني ان اسعار هذه السلع ارتفعت بنسبة 100% عام 1995 عنها عام 1990 وانها ارتفعت بنسبة 150% عام 2000 عنها عام 1990.

نلاحظ من المثال السابق ان هذا الرقم التجميعي هو اسهل الارقام القياسية ولكنه اقل ارضاء لاحتوائه على عيبين هامين وهما:

(أ) لاتأخذ هذه الطريقة في الاعتبار اختلاف وحدات قياس السلع ونرى من المثال اننا استخدمنا الكيلو غرام والذرينة واللتر...، وفي بعض الاحيان قد يرجع السبب في اختلاف السعر الى اختلاف وحدة القياس فسعر متر القماش يختلف عن سعر اليارد او الذراع من نفس القماش.

(ب) ان هذه الطريقة لاتأخذ في الاعتبار الاهمية النسبية لكل سلعة وجميع السلع تعامل نفس المعاملة. فلو أدخلنا الى مثالنا السابق مادة الشوكلاته وحسبنا الرقم القياسي سنتساوي اهمية الخبز مع اهمية الشوكولاته. وقد يرتفع الرقم القياسي نتيجة لارتفاع سعر سلعة غير مهمة ارتفاعا كبيرا. لذلك يجب تعديل هذا الرقم بترجيح كل سلعة بوزن يتناسب مع اهميتها ويمكن قياس اهمية كل سلعة بكميتها او حجمها أو قيمتها في سنة الاساس او سنة المقارنة او المتوسط لعدة سنوات.

(2) الرقم القياسي التجميعي المرجح Weighted Aggregate Index

يستخدم هذا الرقم للتغلب على عيوب الرقم القياسي التجميعي البسيط وفي هذه الطريقة يمكننا ان نرجح بكميات سنة الاساس او سنة المقارنة او اي سنة اخرى مختارة او متوسط كميات سنتي الاساس والمقارنة او مجموعهما. ولهذا نجد انفسنا امام عدة طرق لحساب الرقم القياسي التجميعي المرجح أهمها:

(أ) رقم لاسبير Laspeyres Index :

في هذا الرقم يتم الترجيح بكميات سنة الاساس ولهذا يعرف هذا الرقم ايضا باسم اسلوب سنة الاساس Base year Method ويمكن تعريف هذا الرقم كمايلي:

رقم لاسبير : الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الاساس او رقم لاسبير هو:

$$I = \frac{\sum P_n q_0}{\sum P_0 q_0} (100)$$

حيث:

$\sum P_n q_0$: قيم كميات سنة الاساس باسعار المقارنة او مجموع النقود المنفقة في سنة المقارنة.

$\sum P_0 q_0$: قيم كميات سنة الاساس باسعار سنة الاساس او مجموع النقود المنفقة في سنة

الاساس.

مثال 2:

افتراض ان الاستهلاك السنوي للاربع سلع في المثال السابق (الخبز، البيض، زيت الزيتون واللحم) كان في سنة الاساس كما هو مبين في عمود 2 من جدول 2 التالي، وان اسعار السلع في السنوات 1990، 1995، 2000 هي كما في الاعمدة 3، 4، 5 من نفس الجدول، احسب الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الاساس (رقم لاسبير).

جدول (2)

الاسعار (بالدينار)			الاستهلاك السنوي 1990 q ₀	السلعة
2000 p ₂	1995 p ₁	1990 p ₀		
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
0.10	0.80	0.05	700	خبز (بالكيلو غرام)
0.40	0.30	0.15	100	بيض (بالدزينة)
1.50	1.00	0.80	100	زيت الزيتون (باللتر)
3.00	2.62	1.00	70	لحم (بالكيلو غرام)

الحل:

ترمز q₀ الى كمية الاستهلاك السنوي في سنة الاساس (1990) لكل سلعة باستخدام كميات الاستهلاك في سنة الاساس (q₀) كاوزان للترجيح، نحسب رقم لاسبير وفقا للقانون:

$$I = \frac{\sum p_n q_0}{\sum p_0 q_0} (100)$$

جدول (3) يبين خطوات الحل حيث نحصل على الاعمدة 3، 4، 5 بضرب كمية سنة الاساس في سعر سنة المقارنة لكل سلعة. ومجموع الاعمدة 3، 4، 5 يمثل مجموع النقود المنفقة على هذه السلع في سنة المقارنة.

الصف الاخير من الجدول يعطي الرقم القياسي المرجح بكميات سنة الاساس (رقم لاسبير) وقد تم الحصول عليه بقسمة مجموع النقود المنفقة في سنة المقارنة على مجموع النقود المنفقة في سنة الاساس أي بقسمة قيمة السلع في سنة المقارنة على قيمتها في سنة الاساس حيث القيمة = الكمية × السعر.

جدول (3)

			الاستهلاك السنوي	السلعة
2000	1995	1990	1990	
q ₀ p ₂	q ₀ p ₁	q ₀ p ₀	q ₀	
(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
70	56	35	700	خبز (بالكيلو غرام)
40	30	51	100	بيض (بالدزينة)
150	100	80	100	زيت الزيتون (باللتر)
210	183.4	70	70	لحم (بالكيلو غرام)
470	369.4	200		المجموع
235	184.7	100		رقم لاسبير

أي ان الرقم القياسي لاسعار السلع الاربع قد اصبح 284.7% في عام 1995 عما كان عليه في عام 1990 أي ان الاسعار زادت 84.7% وكذلك ارتفعت الاسعار عام 2000 بحوالي 135% عما كانت عليه في سنة الاساس 1990.

ب) رقم باش Paashe's Index

في هذا الرقم يتم ترجيح اسعار سنة الاساس واسعار سنة المقارنة بكميات سنة المقارنة ولهذا تعرف هذه الطريقة باسم طريقة سنة المقارنة Given year method ويمكن تعريف هذا الرقم كما يلي:

رقم باش: الرقم القياس التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) هو:

$$I = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n} (100)$$

حيث:

$p_n q_n$: مجموع قيم كميات سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة أو هو مجموع النقود المنفقة في سنة المقارنة.

$p_o q_n$: مجموع قيم كميات سنة المقارنة باسعار سنة الاساس او هو مجموع النقود المنفقة في سنة الاساس.

مثال 3

الجدول التالي (4) يبين اسعار وكميات الخبز والبيض والزيت واللحم في سنة الاساس 1990 وسنة المقارنة 2000.

احسب رقم باش القياسي لاسعار السلع الاربعة.

جدول (4)

القيمة المنفقة		الكمية		السعر (بالدينار)		السلعة
1995	1990	1995	1990	1995	1990	
$p_n q_n$	$p_o q_n$	q_n	q_o	p_n	p_o	
(7)	(6)	(5)	(4)	(3)	(2)	(1)
52	32.5	650	700	0.08	0.05	خبز (بالكيلو غرام)
33	16.5	110	100	0.30	0.15	بيض (بالدزينة)
80	64.0	80	100	1.00	0.80	زيت الزيتون (باللتر)
262	100.0	100	70	2.62	1.00	لحم (بالكيلو غرام)
427	213					المجموع

وهكذا يكون الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) يساوي:

$$I_{90} = \frac{\sum P_n q_n}{\sum P_o q_n} (100)$$

$$= \frac{427}{213} (100) = 200.5$$

أي ان اسعار السلع عام 1995 تزيد بنسبة 100.5% عن اسعارها عام 1990.

الفرق بين لاسبير وباش:

نلاحظ بان لاسبير يرجح بكميات الاساس بينما يرجح باش بكميات المقارنة اعتقادا من لاسبير بان نمط الاستهلاك عند الناس ثابت وبالتالي فكميات الاستهلاك من المواد تقريبا ثابتة الا ان باش يخالفه الرأي ويرى بان النمط الاستهلاكي عند الناس يتغير مع الزمن ولا يمكن ان تبقى نفس الكميات ثابتة او لا يمكن ان يبقى تفضيل الناس للمواد ثابت، فمواد كثيرة تكون مهمة في سنة ما تصبح غير مهمة بعد عدة سنين او العكس مادة تكون غير مهمة تصبح مهمة، وعليه يرى باش ضرورة الترجيح بالكميات المستهلكة في سنة المقارنة وليس سنة الاساس، وهذا صحيح وخاصة اذا طالت الفترة بين سنتي الاساس والمقارنة. ولكن وبالرغم من هذا فان رقم لاسبير هو الاكثر استخداما وشيوعا وذلك لانه يعتمد على بيانات سنة الاساس ولا يحتاج الى بيانات جديدة كل سنة بينما رقم باش يحتاج الى تجديد البيانات مما يتطلب اجراء مسوح سنوية لنفقات ودخل الاسرة، وهذا امر ليس بالسهل على الدول لاسيما وان تكلفة

المسح عالية. ولكن اذا توفرت المسوح الحديثة وبالتالي البيانات الحديثة فمن الممكن حساب الرقمين بسهولة وكذلك يصبح من الممكن حساب رقم فيشر او الرقم القياسي الامثل التالي.

(ج) رقم فيشر Fisher's Index Number

او الرقم القياسي الامثل Ideal Index Number

لكل من الرقمين المرجحين السابقين مزايا وعيوب مما يجعل من الصعب تفضيل احدهما على الاخر. وقد جمع فيشر بين الرقمين واوجد رقما جديدا عبارة عن الوسط الهندسي لرقمي لاسبير وباش. وسمي الرقم الجديد برقم فيشر او الرقم القياسي الامثل. ويمكن تعريفه كما يلي:

رقم فيشر او الامثل:

يساوي الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش أي ان:

$$I(F) = \sqrt{I(L).I(P)}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} \cdot \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n}}$$

مثال (4)

احسب الرقم القياسي الامثل لاسعار السلع الاربع في المثال السابق (3).

الحل:

من مثال 2 رقم لاسبير لعام 1995 = 184.3.

من مثال 3 رقم باش لعام 1995 = 200.5

رقم فيشر = الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش أي ان:

$$\begin{aligned} I(F) &= \sqrt{I(L).I(P)} \\ &= \sqrt{(184.7)(200.5)} \\ &= \sqrt{37032.35} \\ &= 192.4 \end{aligned}$$

أي ان اسعار السلع عام 1995 تزيد بنسبة 92.4% عن اسعراها في سنة الاساس عام 1990.

(د) الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة نموذجية Typical year method

يمكننا ان نرجح الاسعار بالكميات في سنة مختارة غير سنة الاساس او سنة المقارنة كأن تكون سنة نموذجية او متوسط كميات سنة الاساس وسنة المقارنة وهكذا فهذا الرقم يعطى بالصيغة التالية:

$$I = \frac{\sum p_n q_t}{\sum p_o q_t} (100)$$

t: تعني أي سنة نختارها فإذا كانت t=0 يصبح الرقم رقم لاسبير.

وإذا كانت t=n يصبح الرقم رقم باش.

وإذا كانت q_t عبارة عن متوسط كميات سنتي الأساس والمقارنة يسمى الرقم القياسي برقم

مارشال - ادجورث Marshall-Edgewprth Index. ويمكن تعريف هذا الرقم كمايلي:

رقم مارشال - ادجورث:

الأوزان في هذا الرقم عبارة عن الوسط الحسابي لكميات سنة الأساس وكميات سنة المقارنة:

$$I = \frac{\sum P_n \cdot \frac{q_0 + q_n}{2}}{\sum P_0 \cdot \frac{q_0 + q_n}{2}} (100)$$

$$= \frac{\sum P_n (q_0 + q_n)}{\sum P_0 (q_0 + q_n)} (100)$$

مثال (5)

احسب رقم مارشال - ادجورث لبيانات المثال (3) السابق.

الحل:

الجدول التالي يبين طريقة الحل:

جدول (5)

$P_0(q_0+q_n)$	$P_n(q_0+q_n)$	q_0+q_n	الكمية		السعر		السلعة
			1995 q_n	1990 q_0	1995 P_n	1990 P_0	
67.5	108	1350	650	700	0.08	0.05	خبز
31.5	63	210	110	100	0.30	0.15	بيض
144.0	180	180	80	100	1.00	0.80	زيت
170.0	445.4	170	100	70	2.62	1.00	لحم
413	796.4						المجموع

$$I = \frac{\sum P_n (q_0 + q_n)}{\sum P_0 (q_0 + q_n)} (100)$$

$$= 192.8$$

هذا كما انه يمكن استخدام الوسط الهندسي لكميات سنتي الاساس والمقارنة كاوزان للترجيح وعندها يصبح الرقم يساوي:

$$I = \frac{\sum P_n \sqrt{q_o q_n}}{\sum P_o \sqrt{q_o q_n}} (100)$$

مثال 6:

احسب الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنتي الاساس والمقارنة لبيانات المثال السابق.

الحل:

نضيف الى جدول (5) السابق ثلاثة اعمدة تعطي قيم $\sqrt{q_o \cdot q_n}$ ، $P_n \sqrt{q_o \cdot q_n}$ ، $P_o \sqrt{q_o \cdot q_n}$ ومنها نحسب الرقم القياسي المرجح بكميات سنتي الاساس والمقارنة كمايلي:

جدول (6)

$P_o \sqrt{q_o \cdot q_n}$	$P_n \sqrt{q_o \cdot q_n}$	$\sqrt{q_o \cdot q_n}$	
53.9	33.7	674.5	
31.5	15.7	104.9	
89.4	71.5	89.4	
219.3	83.7	83.7	
394.1	204.6		المجموع

$$I = \frac{\sum P_n \sqrt{q_o \cdot q_n}}{\sum P_o \sqrt{q_o \cdot q_n}} (100)$$

$$= \frac{394.1}{204.6} (100) = 192.6$$

وهو قريب جدا من الرقم المحسوب باستخدام الوسط الحسابي لكميات سنتي الاساس والمقارنة والبالغ 192.8.

وهذا يعني ان اسعار المواد المدروسة ارتفعت بنسبة 92.6% تقريبا عام 1995 عنها عام 1990.

ثانياً- الارقام القياسية النسبية Relative Index numbers :

لحساب هذه الارقام نقوم اولاً بايجاد منسوب السعر لكل سلعة ثم نحسب الرقم القياسي من هذه المناسيب.

منسوب السعر Price Relative :

دعنا نتعرف قبل التعرض لطرق تركيب الارقام القياسية على مايسمى بمنسوب السعر او كما يدعى احيانا بالرقم القياسي البسيط او الاسعار النسبية وهو يحسب لسعة واحدة. وهو من ابسط اساليب انشاء الارقام القياسية حيث يساوي نسبة سعر سلعة معينة في فترة محددة الى سعر هذه السلعة في فترة اخرى ندعوها سنة الاساس .

منسوب السعر

دع P_n و P_o تمثل سعر سلعة ما في سنة الأساس وسنة المقارنة على التوالي عندئذ يكون منسوب السعر أو الرقم القياسي البسيط لسعر هذه السلعة (I) هو:

$$I = \frac{P_n}{P_o} (100)$$

لقد تم ضرب النسبة بالرقم مئة للتعبير عن الرقم القياسي أو منسوب السعر كنسبة مئوية.

مثال(7):

نفرض ان سعر المستهلك لكيلو غرام من اللحم عام 2000 هو 3.5 دينار بينما كان يساوي 2.5 دينار عام 1995 و دينار واحد عام 1990.

احسب تغيرات الاسعار النسبية لمادة اللحم اذا اعتبرنا سنة 1990 هي سنة الاساس.

الحل:

الجدول التالي يتضمن خطوات الحل.

جدول(7)

السنة	السعر(بالدينار)	منسوب السعر(الرقم القياسي)
1990	1(P_o)	$I_0 = \left(\frac{P_o}{P_o}\right) (100) = 100$
1995	2.5(P_1)	$I_1 = \left(\frac{P_1}{P_o}\right) (100) = \left(\frac{2.5}{1}\right) (100) = 250$
2000	3.5(P_2)	$I_2 = \left(\frac{P_2}{P_o}\right) (100) = \left(\frac{3.5}{1}\right) (100) = 350$

هنا I_1 تساوي 250 وهذا يعني ان اسعار اللحم ارتفعت بنسبة 150% من عام 1990 الى عام

1995، I_2 تساوي 350 تعني ان اسعار اللحم ارتفعت 250% من عام 1990 الى عام 1995.

بعد ان عرفنا منسوب السعر نقوم الان بالتعرف على طرق تركيب الارقام القياسية باستخدام هذه

المناسيب.

تقسم الارقام القياسية النسبية الى مجموعتين هما:

(1) الارقام القياسية النسبية البسيطة.

(2) الارقام القياسية النسبية المرجحة.

(1) الارقام القياسية النسبية البسيطة simple Relative Index :

يمكن ايجاد الارقام باستخدام احد مقاييس النزعة المركزية للتعبير عن قيمة متوسط الاسعار

النسبية كالوسط الحسابي او الوسط الهندسي او الوسط التوافقي لمناسيب الاسعار.

(أ) الوسط الحسابي للمناسيب وهو

$$I = \frac{1}{n} \sum \frac{P_n}{P_0}$$

حيث إن:

$\sum \frac{P_n}{P_0}$: هو مجموع مناسيب الاسعار لجميع السلع الداخلة في حساب الرقم القياسي.

(ب) الوسط الهندسي للمناسيب

لو رمزنا لمنسوب السعر بالرمز R فيكون للسلعة الاولى R_1 وللثانية R_2 والثالثة R_3 وللخيرة R_n . ويكون الرقم القياسي باستخدام الوسط الهندسي للمناسيب هو:

$$I = \sqrt[n]{R_1, R_2, R_3, \dots, R_n}$$

باستخدام قوانين اللوغاريتمات نحصل على:

$$\log I = \frac{1}{n} [\log R_1 + \log R_2 + \dots + \log R_n]$$

(ج) الوسط التوافقي للمناسيب

$$I = \frac{n}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}}$$

$$= \frac{n}{\sum_1^n \frac{1}{R}}$$

مثال (8)

احسب الرقم القياسي النسبي البسيط بالطرق الثلاث لبيانات مثال (2) للسنوات 1990 و1995.

الحل:

جدول (8)

$\frac{1}{R}$	Log R	منسوب السعر % R P1995÷P1990	السعر		السلعة
			1995	1990	
0.00625	2.20412	160	0.08	0.05	خبز (كغم)
0.00500	2.30103	200	0.30	0.15	بيض (دزينة)
0.00800	2.09691	125	1.00	0.80	زيت (لتر)
0.00382	2.41830	262	2.62	1.00	لحم (كغم)
0.02300	9.02036	747			المجموع

(أ) الوسط الحسابي للمناسيب

$$I = \frac{1}{n} \sum R$$

$$= \frac{1}{4}(747)$$

$$= 187\%$$

أي ان الرقم قد اصبحت 187% في عام 1995 عما كان عليه عام 1990 اي ان الاسعار ازدادت بنسبة 87%.

(ب) الوسط الهندسي للمناسيب

$$\log I = \frac{1}{n} \sum \log R$$

$$= \frac{9.02036}{4} = 2.25509$$

$$I = 179.9$$

اي ان الاسعار ازدادت بنسبة 79.9% عام 1995 عنها عام 1990.
(ج) الوسط التوافقي للمناسيب

$$I = \frac{n}{\sum \frac{1}{R}} = \frac{4}{0.02307}$$

$$= 173.4\%$$

اي ان الاسعار ازدادت بنسبة 73.4% عام 1995 منها عام 1990.

ولكن من اهم عيوب طريقة المناسيب البسيطة انها تساوي في الاهمية النسبية بين السلع المختلفة الداخلة في حساب الرقم القياسي، لذلك فهذه الارقام لاتعبر بصورة دقيقة عن التغير في الاسعار. ويمكننا ان نعدل هذه الارقام باوزان تتناسب مع اهمية كل سلعة.

(2) الارقام القياسية النسبية المرجحة: Weighted Relatives

في الارقام القياسية التجميعية استخدمنا الكميات كاوزان للترجيح ولكن في الارقام النسبية نعتمد القيمة كاساس للترجيح، والتي يمكن الحصول عليها بضرب سعر السلعة بكميتها اي pq = القيمة. ويكون امامنا اختيار احد الاوزان الاتية:

(أ) الترجيح بقيمة السلع في سنة الاساس باسعار سنة الاساس

$$p_0q_0 = \text{أي اسعار الاساس} \times \text{كميات الاساس}$$

(ب) الترجيح بقيمة السلع في سنة المقارنة باسعار سنة الاساس

$$p_0q_n = \text{أي اسعار الاساس} \times \text{كميات المقارنة}$$

(ج) الترجيح بقيمة السلع في سنة الاساس باسعار سنة المقارنة

$$p_nq_0 = \text{أي اسعار المقارنة} \times \text{كميات الاساس}$$

(د) الترجيح بقيمة السلع في سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة

$$p_nq_n = \text{أي اسعار المقارنة} \times \text{كميات المقارنة}$$

(هـ) الترجيح بقيمة السلع في سنة مختارة اي p_tq_t

ويمكن بذلك ان ياخذ الوسط الحسابي المرجح للمناسيب احد الصور التالية:

(أ)

$$I = \frac{\sum \frac{P_n}{P_o} (p_o q_o)}{\sum p_o q_o} = \frac{\sum P_n q_o}{\sum p_o q_o}$$

يلاحظ بان هذا الرقم هو نفسه رقم لاسبير المرجح بكميات سنة الاساس اي ان الوسط الحسابي المرجح بالقيمة في سنة الاساس باسعار سنة الاساس يساوي حسابيا رقم لاسبير.

(ب)

$$I = \frac{\sum \frac{P_n}{P_o} (p_o q_n)}{\sum p_o q_n} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n}$$

ويلاحظ ان هذا الرقم هو نفسه رقم باش المرجح بكميات سنة المقارنة اي ان الوسط الحسابي المرجح في سنة المقارنة باسعار سنة الاساس يساوي حسابيا رقم باش.

(ج)

$$I = \frac{\sum R(p_n q_o)}{\sum p_n q_o}$$

حيث:

$$\frac{P_n}{P_o} = R$$

(د)

$$I = \frac{\sum R(p_n q_n)}{\sum p_n q_n}$$

(هـ)

$$I = \frac{\sum R(p_t q_t)}{\sum p_t q_t}$$

حيث t هي السنة المختارة او السنة النموذجية.

مثال (9)

باستخدام بيانات مثال (3) احسب الرقم القياسي النسبي المرجح بالصيغ الاولى والرابعة والخامسة اي

المرجحة بقيم :

i. سنة الاساس.

ii. سنة المقارنة.

iii. والسنة المختارة وهي ان نرجح بمتوسط الكميات باسعار سنة المقارنة.

الحل:

جدول (9)

R(p _n q _o +q _n) =R(p _n q _t)	P _n (q _o +q _n) =p _n q _t	R(p _n q _n)	R(p _o q _o)	منسو ب السر R	القيمة		الكمية		السعر		السلعة
					1995	1990	1995	1990	1995	1990	
					p _n q _n	p _o q _o					
17280	108	8320	5600	160	52	35	650	700	0.08	0.05	خبز (كغم)
12600	63	6600	3000	200	33	15	110	100	0.30	0.15	بيض (دزينة)
22500	180	10000	10000	125	80	80	80	100	1.00	0.80	زيت (لتر)
116694. 8	445.4	68644	18340	262	262	70	100	70	2.62	1.00	لحم (كغم)
169074. 8	796.4	93564	36940	747	427	200					المجموع

i. الوسط الحسابي المرجح بقيم سنة الاساس باسعار سنة الاساس هو :

$$I = \frac{\sum R(p_o q_o)}{\sum p_o q_o} = \frac{36940}{200} = 184.7$$

وهذا هو نفسه رقم لاسبير (انظر مثال 2)، وهذا يعني بان الاسعار ازدادت بنسبة 84.7% عنها عام 1990.

ii. الوسط الحسابي المرجح لقيم سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة هو :

$$I = \frac{\sum R(p_n q_n)}{\sum p_n q_n} = \frac{93564}{427} = 219.1$$

وهذا يعني بان الاسعار ازدادت بنسبة 119.1% عنها عام 1990.

iii. الوسط الحسابي المرجح بمتوسط الكميات باسعار سنة المقارنة هو :

$$I = \frac{\sum R(p_n q_t)}{\sum p_n q_t} = \frac{169074.8}{796.4} = 212.3$$

اي ان الاسعار ازدادت بنسبة 112.3% عام 1995 عنها 1990.

الارقام القياسية بطريقة السلسلة (الاساس المتحرك) Chain or Link Relatives:

ذكرنا عند حديثنا عن تحديد سنة الاساس انه من الضروري ان نراعي طول الفترة بين سنة الاساس وسنة المقارنة لان سلعا تختفي ويجب الغاءها من الحساب وسلعا اخرى جديدة يجب ادخالها في الحساب كما ان الاهمية النسبية للسلعة تتغير بمرور الزمن، وهكذا فالسلع الجديدة لا يوجد لها سعر اساس واوزان الترجيح قد تتغير لبعض السلع، ولذلك فمن المفضل مراعاة هذه التغيرات عند تكوين الرقم القياسي، ويمكن التغلب على ذلك باستخدام طريقة السلسلة.

وبحسب هذه الطريقة نحسب اسعار كل سنة (اوفترة زمنية) كنسبة مئوية من اسعار السنة (او الفترة) السابقة. ويمكن بعد ذلك ارجاع هذه النسب المئوية الى اساس ثابت.

ونظرا لان الاساس المتخذ يكون حديثا والمقارنات قاصرة على الاختلافات بين اسبوع واخر او شهر واخر او سنة واخرى فانه من السهولة بمكان تغيير الاوزان كلما دعت الحاجة الى ذلك او الى ادخال او اخراج بعض السلع بدون اعادة حساب لكامل الارقام القياسية.

لتوضيح الطريقة نفترض ان سعر سلعة محلية معينة في عام 1991 بالنسبة الى سعرها عام 1990 هو 120% وكان سعرها في عام 1992 بالنسبة الى سعرها في عام 1991 هو 125% وكان سعرها في عام 1993 بالنسبة الى سعرها في عام 1992 هو 130% فان سعر السلعة في عام 1992 بالنسبة لسعرها في سنة 1990 هو :

$$(120) \left(\frac{125}{100} \right) = 150\%$$

ويكون سعرها عام 1993 بالنسبة لعام 1990 هو :

$$(150) \left(\frac{130}{100} \right) = 195\%$$

اي ان منسوب السعر في عام 1993 الى عام 1990 كاساس هو منسوب السعر في عام 1993 الى عام 1992 كاساس × منسوب السعر عام 1992 الى عام 1991 كاساس × منسوب السعر عام 1991 الى عام 1990 كاساس.

اذا اعتبرنا 1990 سنة اساس فان الرقم القياسي لسعر هذه السلعة في السنوات المختلفة تكون كالآتي:

السنة	1990	1991	1992	1993
الرقم القياسي	100	120	150	195

ولكي نحسب الرقم القياسي بطريق السلسلة لمجموعة من السلع خلال فترة من الزمن نحسب مناسب الاسعار في كل فترة بالنسبة للفترة السابقة كاساس ثم نحسب الوسط الحسابي للمناسيب. للتوضيح نأخذ المثال التالي:

مثال(10):

نفرض ان لدينا مناسب اسعار ثلاث سلع في السنوات 1991،1992،1993،1994 بالنسبة لسنة 1990 كاساس كما في الجدول التالي:

جدول 10

مناسب اسعار ثلاث سلع في السنوات

1991-1994 بالنسبة لـ 1990 كاساس

السلعة	1991	1992	1993	1994
أ	105	110	115	120
ب	103	105	110	115
ج	95	103	105	110
متوسط المناسب	101	106	110	115

وبهذا تكون الاسعار القياسية للاسعار في السنوات 1991-1994 بالنسبة الى سنة 1990 كاساس ثابت هي على الترتيب 101،106،110،115.

ولايجاد الارقام القياسية بطريقة السلسلة اي باساس متحرك نحسب منسوب سعر السلعة في كل سنة بالنسبة الى السنة السابقة لها مباشرة بدلا من حسابها بالنسبة الى سنة 1990 والنتائج كما في جدول(11) التالي:

جدول(11)

مناسب اسعار السلع في السنين باساس متحرك

السلعة	1991	1992	1993	1994
أ	105	105	105	104
ب	103	102	105	105
ج	108	108	102	105
المتوسط	101	105	104	105

وهكذا فالرقم القياسي للاسعار في سنة 1991 بالنسبة لسنة 1990 هو 101 والرقم القياسي للاسعار في سنة 1992 بالنسبة لسنة 1991 هو 105 والرقم القياسي للاسعار في سنة 1993 بالنسبة لسنة 1992 هو 104 والرقم القياسي للاسعار في سنة 1994 بالنسبة لسنة 1993 هو 105.

اختبار الأرقام القياسية:

لقد تعرضنا لعدة طرق لحساب الأرقام القياسية ورأينا بانها تؤدي الى نتائج مختلفة وذلك حسب الصيغة المستخدمة وبهنا ان نعرف اي هذه الصيغ افضل والمفاضلة بين الصيغ المختلفة تتوقف على الاختبارات التالية:

هناك عدة اختبارات للكشف عن جودة الأرقام القياسية اهمها:

(1) اختبار الانعكاس في الاساس (المكان او الزمان).

(2) اختبار الانعكاس في المعامل.

وفيمايلي سنتناول هذه الاختبارات بايجاز:

(1) اختبار الانعكاس في الاساس (المكان او الزمان) : Base reversal test

اذا كان الرقم القياسي لسلعة معينة عام 2000 بالنسبة لسعرها عام 1990 يساوي 125% فمن الواجب ان يساوي هذا الرقم مقلوب الرقم القياسي لسعر هذه السلعة سنة 1990 بالنسبة لسنة 2000 او بعبارة اخرى يجب ان يكون الرقم القياسي لسعر السلعة عام 1990 بالنسبة لعام 2000 يساوي 80% حيث مقلوب هذا الرقم يساوي:

$$\frac{1}{0.08} = 1.25 = 125\%$$

تسمى هذه النتيجة الانعكاس في الاساس الزمني، ويسمى مقلوب الرقم القياسي في حالة المقارنة بين فترتين زمنيتين البديل الزمني Time reciprocal .

وكذلك اذا كان الرقم القياسي لسعر السلعة في بغداد بالنسبة للموصل يساوي 120% فيجب ان يكون الرقم القياسي للموصل بالنسبة لبغداد 83.3% اي يساوي مقلوب الرقم لبغداد بالنسبة للموصل اي مقلوب 120%. وهذا هو الانعكاس في الاساس المكاني يسمى مقلوب الرقم القياسي في حالة المقارنة بين مكانين مختلفين البديل المكاني Place reciprocal. وعلى العموم يجب ان يكون حاصل ضرب الرقمين القياسيين المتبادلين في الزمان والمكان = 1 اي ان :

$$\text{الرقم القياسي} \times \text{البديل الزمني او المكاني} = 1.$$

وان ماينطبق على سلعة واحدة ينطبق على مجموعة السلع.

نطبق الان هذه القاعدة على الأرقام القياسية السابق ذكرها لمعرفة ايها يحقق هذا الاختبار. ولمعرفة صلاحية الرقم القياسي للانعكاس في الزمن نستبدل الاساس بالمقارنة والمقارنة بالاساس (اي

نستبدل 0 ب n و n ب 0 (فنحصل على البديل الزمني للرقم الاصيلي ونطبق الاختبار وهو الرقم القياسي×بديله=1

وفيمايلي نتيجة هذا الاختبار:

(أ) الرقم القياسي التجميعي البسيط:

$$I = \frac{\sum P_n}{\sum P_o}$$

وبديله الزمني هو:

$$\frac{\sum P_o}{\sum P_n}$$

فيكون الاختبار هو:

$$\frac{\sum P_n}{\sum P_o} \times \frac{\sum P_o}{\sum P_n} = 1$$

اي ان هذا الرقم قابل للانعكاس في الزمن.

(ب) رقم لاسبير:

$$\frac{\sum P_n Q_o}{\sum P_o Q_o}$$

بديله الزمني هو:

$$\frac{\sum P_o Q_n}{\sum P_n Q_n}$$

فيكون الاختبار هو:

$$\frac{\sum P_n Q_o}{\sum P_o Q_o} \times \frac{\sum P_o Q_n}{\sum P_n Q_n} \neq 1$$

اي ان هذا الرقم غير قابل للانعكاس في الزمن.

(ج) رقم باش:

$$\frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_n}$$

بديله الزمني هو:

$$\frac{\sum P_o Q_o}{\sum P_n Q_o}$$

والاختبار هو:

$$\frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_n} \times \frac{\sum P_o Q_o}{\sum P_n Q_o} \neq 1$$

اي ان هذا الرقم غير قابل للانعكاس في الزمن.

(د) رقم فيشر (او الامثل):

$$\sqrt{\frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} \cdot \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n}}$$

وبديله الزمني هو:

$$\sqrt{\frac{\sum p_o q_n}{\sum p_n q_n} \cdot \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_n q_o}}$$

وحاصل ضرب الرقم في بديله الزمني = 1.

اي ان الرقم الامثل قابلا للانعكاس في الزمن.

وبالمثل يمكن اثبات ان الوسط الحسابي (البسيط او المرجح) لاينعكس في الزمن بينما ينعكس الوسط الهندسي البسيط في الزمن.

(2) اختبار الانعكاس في المعامل Factor reversal test :

درسنا سابقا كيف نحسب الارقام القياسية لتغير الاسعار وكنا نستخدم الكميات للترجيح يمكننا ايضا ان نحسب الارقام القياسية لتغير الكميات وان نرجح بالاسعار سواء اسعار سنة الاساس او سنة المقارنة. وفي هذه الحالة نستخدم منسوب الكمية بدلا من منسوب السعر ونرجح بالسعر بدلا من الكمية.

يسمى كل من الاسعار والكميات عاملا (Factor) او معاملا. ان اختبار الانعكاس في المعامل يقرر في شكله العام ان:

الرقم القياسي للاسعار مضروبا بالرقم القياسي للكميات يجب ان يساوي الرقم القياسي للقيمة.

اي يجب ان يساوي النسبة بين قيمتي السلع (او مجموع السلع) في نفس سنة المقارنة وسنة الاساس.

وإذا كانت صيغة الرقم القياسي لاتحقق هذا الانعكاس في المعامل تكون هذه الصيغة لا تصور حقيقة التغير.

يقوم هذا الاختبار على اساس استخدام الاسعار كأصل والكميات كمعامل في الحالة الاولى واستخدام الكميات كأصل والاسعار كمعامل في الحالة الثانية. اي نستبدل رموز الاسعار برموز الكميات ورموز الكميات برموز الاسعار مع عدم تغيير الارقام الملحقة فنحصل على البديل المعاملي للرقم.

فمثلا $\frac{p_n}{p_o}$ بديله المعاملي $\frac{q_n}{q_o}$ فقط نغير الرموز دون الارقام الملحقة.

ويجب ان يكون حاصل ضرب الرقم في بديله المعاملي مساويا $\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o}$ اذا كان الرقم قابلا

للانعكاس في المعامل.

فيما يلي سندرس انعكاس بعض الارقام القياسية في المعامل:

(أ) الرقم التجميعي البسيط

$$\frac{\sum p_n}{\sum p_o}$$

وبديله المعاملي

$$\frac{\sum q_n}{\sum q_o}$$

$$\frac{\sum p_n}{\sum p_o} \cdot \frac{\sum q_n}{\sum q_o} \neq \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o}$$

وهكذا فهذا الرقم لاينعكس في المعامل وبالتالي لايعكس التغير الحقيقي في الاسعار.

(ب) الارقام التجميعية بالكميات (لاسيبر وباش) لاتنعكس في المعامل:

$$\begin{aligned} & \text{حاصل ضرب رقم لاسيبر } \frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} \text{ في بديله المعاملي } \frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o} \text{ لايساوي } \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o} \\ & \text{وكذلك حاصل ضرب رقم باش } \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n} \text{ في بديله المعاملي } \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_o p_n} \text{ لايساوي } \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o} \end{aligned}$$

(ج) الرقم القياسي الامثل:

ان حاصل ضرب الرقم القياسي الامثل في بديله المعامل يساوي كمايلي:

$$\sqrt{\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o} \cdot \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n}} \times \sqrt{\frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o} \cdot \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_o p_n}} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o}$$

اي ان الرقم القياسي الامثل قابلا للانعكاس في المعامل وهذه ميزة اخرى من مزاياه التي ادت الى تسميته بالامثل.

وبنفس الطريقة يمكننا ان نبرهن على ان الارقام القياسية التي درسناها بسيطة او مرجحة لاتنعكس في المعامل.

بعض الأرقام القياسية الهامة :

(1) الرقم القياسي لنفقة المعيشة Cost of living index :

ويعرف أيضا باسم الرقم القياسي لأسعار المستهلك أو الرقم القياسي لأسعار المفرق أو أسعار التجزئة، وهو يعبر عن التغير في أسعار السلع والخدمات التي تستهلكها الأسرة خلال فترة زمنية محددة. لهذا الرقم أهمية خاصة حيث يتخذ كدليل في تحديد الأجور وفي مراقبة الأسعار، هذا ويجب التمييز بين نفقة المعيشة ومستوى المعيشة، حيث أن نفقة المعيشة تعبر عن ثمن السلع والخدمات المستهلكة خلال فترة زمنية محددة بينما مستوى المعيشة يعبر عن مقدار السلع والخدمات المستهلكة خلال نفس الفترة.

فارتفاع نفقة المعيشة يعني انخفاض الدخل الحقيقي للفرد بينما ارتفاع مستوى المعيشة يعبر عن ارتفاع الدخل الحقيقي.

طريقة تركيب الرقم:

عند تركيب الرقم القياسي لنفقة المعيشة، تحدد المواد التي ستدخل في حساب الرقم وأهمية كل مادة وأوزان الترجيح التي تتناسب مع أهمية كل مادة النسبية وكذلك تحديد سنة الأساس. وتجري معظم دول العالم بحوثا تسمى ميزانية الأسرة لتحديد السلع والخدمات التي ستدخل في حساب الرقم القياسي ولتحديد أوزان الترجيح للسلع المختلفة بناء على مقدار ما ينفق على هذه السلع والكميات المستهلكة منها. وقد تحدثنا في البداية عن تحديد المواد وأهميتها وتعديلها وتمائلها ومصادرها وأوزان ترجيحها ونضيف هنا بأنه إيا كان عدد المواد التي يتركب منها الرقم القياسي لنفقة المعيشة فإن العادة قد جرت على توزيع هذه المواد والخدمات على سبعة أقسام رئيسية هي التالية:

- (1) المواد الغذائية.
- (2) المحروقات والماء والكهرباء.
- (3) المسكن.
- (4) الملابس.
- (5) التجهيزات المنزلية.
- (6) الدخان والمشروبات الروحية.
- (7) نفقات أخرى.

ولشرح كيفية تركيب هذا الرقم بإيجاز نقدم المثال الفرضي التالي:

مثال (11)

نفرض أن أحد بحوث نفقة المعيشة لعدد كبير من أسر صغار الموظفين والمستخدمين قد دل على أن دخلهم يتوزع على أقسام الانفاق السابقة على النحو التالي:

50%	المواد الغذائية
6%	المحروقات والماء والكهرباء
15%	المسكن
10%	الملبس
7%	التجهيزات المنزلية
3%	الدخان
9%	نفقات اخرى

لتركيب الرقم القياسي يمكن اتخاذ هذه النسب كاوزان للترجيح ويتم تحديد فترة الاساس ويحسب رقم قياسي لكل قسم من الاقسام السبعة حيث يتركب كل قسم من عدة سلع يتم تحديدها حسب اهميتها او تماثلها ويتم تحديد سعرها ويضرب في الكمية المناظرة فيكون المجموع هو ماتتفقه الاسرة من النقود على هذا القسم في الفترة المحددة وينسب هذا المجموع الى المجموع الناتج من ضرب الاسعار في فترة الاساس في نفس الكميات فيكون الناتج هو الرقم القياسي لاسعار القسم.

بعد حساب الرقم القياسي لكل قسم يضرب في النسبة المئوية المذكورة اعلاه المناظرة للقسم وتجمع النتائج ويقسم المجموع على 100 فنحصل على الرقم القياسي لنفقة المعيشة.

ومعنى هذا ان الرقم القياسي لنفقة المعيشة يساوي الوسط الحسابي المرجح للارقام السبعة حيث تعتبر النسب السابقة لتوزيع نفقة المعيشة كاوزان للترجيح.

هذا ويجب التنبيه الى انه كلما ارتفع مستوى المعيشة كلما قلت نسبة الانفاق على المواد الغذائية وهكذا فمثالنا اعلاه يدل على مستوى منخفض للمعيشة.

(2) الرقم القياسي لاسعار الجملة : The wholesale Price index

الرقم القياسي لاسعار الجملة هو اداة احصائية لقياس متوسط التغير في اسعار مجموعة معينة من مواد الجملة التي يتم تبادلها خلال فترة معينة من الزمن.

ويمكن للرقم القياسي لاسعار الجملة ان يمثل جميع المواد التي تدخل في مبادلات الجملة، او ان يقتصر على فئة كأن يكون رقما قياسيا لاسعار الجملة للمواد الغذائية مثلا او للمواد الاولية او للمواد المستوردة او المصدرة.

طريقة تركيب الرقم القياسي لاسعار الجملة:

ان اعداد الرقم القياسي لاسعار الجملة يتضمن الخطوات التالية:

(أ) اعداد قائمة المواد التي يتركب منها الرقم.

(ب) تحديد فترة الاساس.

(ج) تحديد اوزان الترجيح.

د) جمع الاسعار اللازمة.

هـ) تحديد صيغة الحساب.

و) حساب الرقم ونشره.

وفيما يلي نوجز اهم هذه الخطوات:

أ) اعداد قائمة المواد:

يشمل هذا الرقم عادة على اهم المواد الموجودة في اسواق الجملة، ويختلف عدد المواد التي يتركب منها هذا الرقم من بلد لآخر وتصنف المواد ضمن عدة اقسام رئيسية فقد تكون هذه الاقسام خمسة اقسام مثلا على النحو التالي:

1) المواد الغذائية.

2) المواد الاولية.

3) المنتجات الصناعية.

4) المحروقات.

5) مواد البناء.

وان كلا من هذه الاقسام الرئيسية يقسم بدوره الى فئات وكل فئة تضم عدة مواد، فالمواد الغذائية مثلا قد تتألف من ست فئات هي:

الحبوب والدقيق، البقول، اللحوم، الزيوت، الثمار، ومواد غذائية اخرى، والمواد الاولية، قد تتألف من فئتين هي: ذات منشأ زراعي، وذات منشأ صناعي.

وكل فئة تتألف من عدة مواد، فقد تشمل المواد الغذائية على 50 مادة موزعة على الفئات المذكورة اعلاه والمواد الاولية قد تشمل على 30 مادة موزعة على الفئتين المذكورتين اعلاه. وهكذا بالنسبة لباقي الاقسام والفئات.

ب) تحديد فترة الاساس:

يجب ان تكون فترة الاساس طبيعية لاتتصف بارتفاع شديد او هبوط كبير في الاسعار وقد تكون فترة الاساس سنة معينة أو متوسط عدة سنوات اذا تعذر ايجاد سنة مثالية طبيعية خالية من اي شوائب او صعوبات اقتصادية، او قد تكون فترة الاساس الفترة السابقة مباشرة لفترة المقارنة، وذلك باستعمال الارقام القياسية ذات الاساس المتحرك.

ج) تحديد اوزان الترجيح:

من المفضل ان تتعلق اوزان الترجيح بفترة الاساس او بالفترة المدروسة الا انه من الممكن ان تتعلق هذه الاوزان بفترة اخرى مثالية او اختيارية. ويمكننا ان نتخذ متوسط قيم الكميات المتاجر بها بالجملة خلال سنة الاساس كاوزان للترجيح.

د) جمع الاسعار:

في العادة يتم الحصول على الاسعار اللازمة من نشرات دوائر الاحصاء حول الموضوع حيث تقوم معظم دول العالم بنشر احصاءات مفصلة عن الاسعار ويمكن الحصول عليها واتخاذها اساسا للحساب. اما اذا كانت هذه النشرات غير كافية بالغرض لاي سبب كان، فلا بد من اللجوء الى جمع الاسعار من مصادرها الاساسية مباشرة. وفي هذه الحالة يجب تحديد المعتمدين الذين سوف تجمع من محلاتهم الاسعار، كما يجب اعداد جهاز من الباحثين المتدربين كي يجمعوا هذه الاسعار.

هـ) تحديد صيغة الحساب:

يمكننا حساب الرقم القياسي لاسعار الجملة باستخدام اي صيغة من صيغ الارقام القياسية المرجحة التي درسناها واكثر هذه الصيغ استعمالا هي الصيغ التالية:

(1) صيغة لاسبير

$$I = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_o} \times 100$$

(2) صيغة باش

$$I = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_n} \times 100$$

(3) صيغة الرقم القياسي المرجح بقيم سنة الاساس

$$I = \frac{\sum \frac{P_n}{P_o} (p_o q_o)}{\sum P_o q_o} \times 100$$

والصيغة الاخيرة هذه تقود كما ذكرنا سابقا الى نتائج مماثلة لصيغة لاسبير هذا وتعتبر صيغة لاسبير اكثر شيوعا واستعمالا من غيرها وذلك لسهولتها ووضوح معناها. تليها الصيغة الثالثة اي صيغة الرقم القياسي المرجح بقيم سنة الاساس.

و) حساب الرقم ونشره:

بعد تحديد المواد وفترة الاساس واوزان الترجيح وصيغة الحساب نقوم بحساب الرقم القياسي اما لفئة معينة من المواد او لجميع المواد ومن ثم اعلان هذا الرقم ونشره.

3) الأرقام القياسية للتجارة الخارجية:

تقوم معظم دول العالم بنشر احصاءات التجارة الخارجية التي تمثل كميات وقيم الصادرات والواردات سنويا. فعندما نرغب في معرفة التطورات التي طرأت على الصادرات مثلا في بلد معين بلغت فيه الصادرات في سنة معينة 300 مليون دينار ثم ارتفعت الى 360 مليون دينار في سنة اخرى اي ان الرقم القياسي للقيم كمايلي: $120 = \frac{360}{300} \times 100$

اي ان التصدير قد ازداد بنسبة 20% ولكن هذه الزيادة يمكن ان تكون نتيجة لاحد الاحتمالات التالية :

- 1) ازدياد كمية الصادرات وارتفاع الاسعار .
- 2) ازدياد كمية الصادرات وبقاء الاسعار ثابتة.
- 3) ازدياد كمية الصادرات وهبوط الاسعار .
- 4) ثبات كمية الصادرات وارتفاع الاسعار .
- 5) تناقص كمية الصادرات وارتفاع الاسعار .

كذلك لو زادت قيمة الواردات من 400 مليون دينار الى 500 مليون دينار اي بنسبة 25% فان هذه الزيادة يمكن ان تكون نتيجة لاحد الاحتمالات التالية:

- 1) ازدياد كمية الواردات وارتفاع الاسعار .
- 2) ازدياد كمية الواردات وعدم تغير الاسعار .
- 3) ازدياد كمية الواردات وهبوط الاسعار .
- 4) ثبات كمية الواردات وارتفاع الاسعار .
- 5) تناقص كمية الواردات وارتفاع الاسعار .

ولتحديد اي الاحتمالات السابقة كان وراء هذا التغير في الصادرات أو الواردات فانه لابد من حساب اثر كل من الاسعار والكميات على قيمة الصادرات او الواردات مع بقاء المتغيرات الاخرى ثابتة.

ومن اجل ذلك يجب حساب رقمين قياسييين للتجارة الخارجية، هما:

- الرقم القياسي لوحدة الكمية Quantum index number .
- والرقم القياسي لسعر الوحدة Unit value index number .

وفيما يلي مثال على ذلك:

مثال (12) :

لنفرض ان بيانات الصادرات لاحدى الدول كانت كمايلي:

سنة 2000	سنة 1990	
3	2.6	كمية الصادرات (بملايين الاطنان)
550	450	قيمة الصادرات (بملايين الدنانير)

ادرس تطور صادرات هذه الدولة.

الحل:

$$\frac{3}{2.6} \times 100 = 115.4\%$$

اي ان كمية الصادرات زادت بنسبة 15.4%.

$$\frac{550}{450} \times 100 = 122.2\%$$

اي ان قيم الصادرات زادت بنسبة 22.2%.

وهذا يدل على ان الزيادة في القيمة كانت اكبر من الزيادة في الكمية الامر الذي يوضح ان الاسعار قد ارتفعت لصالح الدولة المصدرة ويمكن حساب مقدار التحسن كمايلي:
الرقم القياسي للقيمة = الرقم القياسي للكمية × الرقم القياسي للاسعار.

الرقم القياسي للقيمة

$$\therefore \text{الرقم القياسي للاسعار} = 100 \times \frac{\text{الرقم القياسي للقيمة}}{\text{الرقم القياسي للكمية}}$$

الرقم القياسي للكمية

$$= \frac{1222}{1154} \times 100 = 1059$$

ممايستدل منه على ان الاسعار قد تحسنت بمقدار 5.9% خلال الفترة 1990-2000.

هذا ومن الممكن استعمال اي صيغة من صيغ الارقام القياسية التي درسناها لحساب كل من الرقم القياسي لوحد الكمية والرقم القياسي لسعر الوحدة. غير انه من الشائع لدى معظم دول العالم استخدام صيغة لاسبير كمايلي:

$$\frac{\sum q_n P_o}{\sum q_o P_o} \times 100$$

أ) الرقم القياسي لوحد الكمية يساوي

يقيس تطور وحدة كميات التجارة الخارجية المرجحة باسعار الاساس.

$$\frac{\sum P_n q_o}{\sum P_o q_o} \times 100$$

ب) الرقم القياسي لسعر الوحدة يساوي

يقيس تطور سعر الوحدة مرجحا بكميات الاساس.

حساب حدي التجارة الخارجية:

وبعد حساب هذين الرقمين القياسيين للتجارة الخارجية يمكن القيام بقياس مجمل التجارة الخارجية وذلك بحساب حدي التجارة الخارجية.

ومن الممكن حساب مجمل حدي التجارة الخارجية وذلك بحساب نسبة الكميات التي يمكن استيرادها لقاء الكميات المصدرة اي عدد الوحدات المستوردة التي تحصل عليها الدولة مقابل تصدير وحدة واحدة الى العالم الخارجي. ويمكن حساب ذلك بقسمة الرقم القياسي لكمية الواردات على الرقم القياسي لكمية الصادرات اي:

الرقم القياسي لكمية الواردات

الرقم القياسي لكمية الصادرات

هذا المقياس يعكس الكسب او الخسارة الحقيقية في كميات السلع التي يمكن استيرادها مقابل حجم معين من السلع المصدرة. فاذا كانت هذه النسبة اكبر من الواحد الصحيح فان ذلك يدل على تطور في صالح الدولة، اذ ان كمية اكبر من الواردات (بالنسبة لسنة الاساس) يمكن الحصول عليها مقابل مقدار ثابت من الصادرات.

وهناك مقياس اخر اذا اردنا ان نحسب مقدار الكسب او الخسارة الناجمة عن تغير الاسعار فقط وهذا المقياس يدعى بصافي حدي التجارة الخارجية وهو يساوي:

الرقم القياسي لاسعار الصادرات

الرقم القياسي لاسعار الواردات

فاذا كانت هذه النسبة تساوي الواحد الصحيح كان معنى ذلك ان التغير الذي حدث في اسعار الصادرات قابلة تغير مناظر ومساو له لاسعار الواردات. اما اذا كانت هذه النسبة اكبر من الواحد الصحيح فمعنى ذلك ان اسعار الصادرات قد ارتفعت بالنسبة لاسعار الواردات وبتحسن الموقف الاقتصادي الخارجي للبلاد المذكور نتيجة لتحسن معدل التبادل الدولي الصافي بالنسبة لها اذ انها تستطيع الان الحصول على كمية اكبر من الواردات بنفس كمية الصادرات التي كانت تصدرها من قبل ومن ثم يرتفع الدخل القومي الحقيقي وتزيد درجة الرفاهية الاقتصادية.

اما اذا انخفضت النسبة عن الواحد الصحيح فمعنى ذلك ان الدولة المذكورة تضطر الى تصدير كمية اكبر من انتاجها الوطني مقابل الحصول على نفس الكمية من الواردات او انها ستضطر الى قبول كمية اقل من الواردات تدفع فيها نفس كمية الصادرات. وفي اي من الحالتين سينخفض حجم السلع والخدمات المتاحة للاستهلاك الداخلي وينخفض الدخل القومي الحقيقي وتتكلمش درجة الرفاهية الاقتصادية.

4) الرقم القياسي للإنتاج :The production index number

بالنسبة للرقم القياسي للإنتاج تختلف وحدات الإنتاج فيما كالطن والمتر والذراع واللتر وغيرها من وحدات قياس الإنتاج. وعند حسابنا للرقم القياسي للإنتاج لابد من إيجاد عامل مشترك بين هذه الوحدات المختلفة وهذا العامل في الواقع هو اوزان الترجيح التي تعطى لكل نوع من انواع الإنتاج. وهناك اربعة عوامل يمكن ان نرجح بها وهي:

(1) الاشباع او الفائدة التي تعطىها كل وحدة إنتاج.

(2) اسعار الوحدة المنتجة.

(3) ساعات العمل الانساني اللازمة لإنتاج وحدة واحدة.

(4) قيم الإنتاج.

وغالبا ماتستخدم صيغة لاسبير لحساب الرقم القياسي للإنتاج. وهكذا تصبح صيغ لاسبير

المستخدمة للعوامل الاربعة السابقة كما يلي:

(1) إذا رجحنا بالفائدة او الاشباع الذي نحصل عليه من كل وحدة منتجة في سنة الاساس فان رقم

$$I = \frac{\sum q_n f_o}{\sum q_o f_o} = 100$$

لاسيبر للإنتاج هو:

حيث q_n : كمية الإنتاج في السنة المدروسة (سنة المقارنة).

q_o : كمية الإنتاج في سنة الاساس.

f_o : الفائدة او الاشباع في سنة الاساس.

الا ان هذه المعادلة غير ممكنة التطبيق لصعوبة تقدير قيمة f_o .

(2) اما اذا رجحنا بالاسعار فان صيغة لاسبير للرقم القياسي للإنتاج تكون:

$$I = \frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o} \times 100$$

حيث p_o اسعار سنة الاساس.

(3) واذا رجحنا بساعات العمل اللازمة لإنتاج وحدة واحدة في سنة الاساس تكون صيغة لاسبير كما

$$I = \frac{\sum q_n h_o}{\sum q_o h_o} \times 100$$

يلي:

حيث h_o هي ساعات العمل اللازمة لإنتاج وحدة إنتاج واحدة في سنة الاساس.

(4) واخيرا اذا رجحنا بقيمة الإنتاج في سنة الاساس فان صيغة لاسبير تكون:

$$I = \frac{\sum \frac{q_n}{q_o} (q_o p_o)}{\sum q_o p_o}$$
$$= \frac{\sum \frac{q_n}{q_o} \cdot v_o}{\sum v_o}$$

حيث v_o هي قيمة الوحدة الإنتاجية في سنة الاساس وتساوي: $q_o p_o$.

القوة الشرائية للعملة :purchasing Power of Money

لقد ناقشنا حتى الان العديد من الصيغ لحساب الارقام القياسية. وفي هذا الجزء سنناقش كيفية استخدام الارقام في تعديل الاسعار والدخول.

ان الهدف الاساسي للرقم القياسي للاسعار هو قياس التغيرات في الاسعار خلال الفترة المدروسة. او بعبارة اخرى هو قياس القوة الشرائية للعملة.

من المعروف ان القوة الشرائية لاي عملة تتناقص كلما تزايدت الاسعار. او بمعنى اخر طالما ان الرقم القياسي لسنة الاساس هو 100 فان القوة الشرائية للعملة في سنة المقارنة يساوي 100 تقسيم الرقم القياسي للاسعار في سنة المقارنة. اي ان:

$$100$$

$$\text{القوة الشرائية للعملة} = 100 \times \frac{\text{الرقم القياسي للاسعار}}{\text{الرقم القياسي للاسعار}}$$

الرقم القياسي للاسعار

مثال 13:

نفرض ان الرقم القياسي للاسعار في الاردن عام 2000 بالنسبة لعام 1990 هو 120% فان القوة الشرائية للدينار الاردني عام 2000 مقارنة بعام 1990 تساوي:

$$\frac{100}{120} \times 100 = 0.83$$

وتكون القوة الشرائية للدولار في الاردن تساوي:

$$\frac{100}{120} \times 0.71 = 0.59$$

حيث الدولار = 0.71 دينار.

مثال 14:

اذا كان الرقم القياسي لاسعار المستهلكة للسنوات 1988-1994 كما هو مبين في الجدول 12 التالي، احسب القوة الشرائية للعملة للسنوات المتعاقبة.

جدول (12)

الرقم القياسي لاسعار المستهلك 1988=100	السنة
100	1988
103	1989
105	1990
108	1991
112	1992
114	1993
115	1994

الحل:

نحسب القوة الشرائية للعملة في كل سنة من العلاقة التالية:

100

القوة الشرائية للعملة = $100 \times \frac{\text{الرقم القياسي}}{\text{الرقم القياسي}}$

الرقم القياسي

والنتائج مبينة في الجدول 13 التالي:

السنة	القوة الشرائية للعملة 1988 سنة اساس
1988	1.00
1989	0.97
1990	0.95
1991	0.93
1992	0.89
1993	0.88
1994	0.87

النتيجة 0.87 المناظرة لسنة 1994 تعني ان القوة الشرائية للعملة عام 1994 تعادل 0.87 من قوتها عام 1988.

باستخدام الرقم القياسي لاسعار المستهلك نستطيع ايضا ان نحدد قيمة الدخل الحقيقي للشركة او الاجر الحقيقي للعملة او السعر الحقيقي للسلعة.

بما ان الرقم القياسي لاسعار المستهلك يساوي 100 في سنة الاساس فان الاجر الحقيقي (او الدخل الحقيقي او السعر الحقيقي) هو ببساطة يساوي الاجر (او الدخل او السعر) في سنة المقارنة مضروبا بالقوة الشرائية للعملة.

الدخل الحقيقي = الدخل في سنة المقارنة \times القوة الشرائية للعملة.
وهذا ينطبق على الاجر او السعر الحقيقي.

أو بعبارة اخرى:

الرقم القياسي في سنة الاساس

الدخل الحقيقي = الدخل في سنة المقارنة \times _____

الرقم القياسي في سنة المقارنة

سنوضح هذا الانكماش (Deflation) في الدخل او الاجر او الاسعار الحقيقية بالمثال التالي:

مثال(15):

اذا كان متوسط الدخل الشهري للأسرة في دولة ما والرقم القياسي لسعر المستهلك خلال الفترة 1990-1994 هي كما في جدول(14) التالي. اوجد متوسط الدخل للسنوات المتعاقبة بعملة سنة الاساس 1990.

جدول (14)

الرقم القياسي للأسعار	متوسط الدخل الشهري	السنة
100	80	1990
103	100	1991
108	120	1992
112	130	1993
115	150	1994

الحل:

يمكننا ان نحسب المتوسط الشهري للدخل بعملة سنة الاساس 1990 بقسمة متوسط الدخل الشهري لسنة معينة على الرقم القياسي المناظر لتلك السنة وضرب الناتج في 100 والناتج مبينة في الجدول 15 التالي:

جدول(15)

متوسط الدخل الشهري بعملة 1990	الرقم القياسي للأسعار	متوسط الدخل الشهري	السنة
80	100	80	1990
97	103	100	1991
111	108	120	1992
116	112	130	1993
130	115	150	1994

تمارين:

(1) إذا كانت لديك البيانات التالية:

جدول (16)

الكميات المستهلكة بملايين الوحدات		سعر الوحدة		السلعة
2000	1990	2000	1990	
3	2	5	3	أ
3	2	4	2	ب
4	1	8	5	ج
5	3	10	7	د
6	5	6	2	هـ

احسب كل من:

- i. الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار.
- ii. الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس.
- iii. الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة.
- iv. الرقم القياسي الامثل للأسعار.
- v. الرقم القياسي الامثل للكميات.
- vi. في هذا التمرين هل يحقق الرقم الامثل خاصية الانعكاس في المعامل.

(2) يبين الجدول التالي اسعار وكميات اربع سلع غذائية في كل من عامي 1994، 1990.

جدول (17)

1994		1990		السلعة
الكمية	السعر	الكمية	السعر	
600	14	400	12	أ
420	15	280	14	ب
640	19	800	20	ج
300	32	250	30	د

المطلوب حساب الارقام القياسية التالية للأسعار على اعتبار ان عام 1990 سنة الأساس.

- i. رقم لاسبير.
- ii. رقم باش.
- iii. رقم ماشال - ادجورث.
- iv. الرقم القياسي مرجحا بالقيمة في سنة الأساس بأسعار سنة الأساس.

V. الرقم القياسي للمناسيب مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة.

(3) اذا كانت لديك البيانات التالية عن اسعار وكميات ثلاث سلع:

جدول (18)

2000		1990		السلعة
q _n	p _n	q _o	P _o	
7	3	5	2	أ
10	5	9	4	ب
12	8	8	5	ج

المطلوب ايجاد:

- i. الرقم القياسي النسبي البسيط لاسعار 2000 باعتبار 1990 سنة اساس وبالطرق المختلفة.
- ii. الرقم القياسي النسبي لاسعار 2000 باعتبار 1990 سنة اساس مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة وبالطرق المختلفة (اي الوسط الحسابي، الوسط الهندسي، والوسط التوافقي).

(4) اذا لدينا اسعار وكميات مبيعات ثلاث سلع في عامي 1994-1990 كمايلي:

جدول(19)

الكمية		السعر		السلعة
1994	1990	1994	1990	
1500	1200	25	20	I
2000	1500	18	15	II
2700	2000	12	10	III

المطوب حساب مايلى باعتبار 1990 سنة اساس:

- i. رقم لاسبير للاسعار.
- ii. رقم باش للاسعار.
- iii. رقم لاسبير للكميات.

١٧.رقم باش للكميات.

٧.الرقم القياسي للقيمة.

(5) اذا كان متوسط الاجرة في الساعة في احد المصانع والرقم القياسي لاسعار المستهلك خلال الفترة 1995-1999 هي كما في الجدول(20) التالي. اوجد متوسط الاجرة في الساعة بعملة سنة الاساس(1995).

جدول(20)

الرقم القياسي لاسعار المستهلك	الاجرة بالساعة	السنة
100	3.25	1995
104	3.75	1996
107	4.15	1997
110	4.50	1998
112	4.75	1999

حلول التمارين:

(1)

$$i. \text{ الرقم التجمعي البسيط} = \frac{\sum p_n}{\sum p_o} \times 100 = \frac{33}{19} \times 100 = 137.7\%$$

$$ii. \text{ رقم لاسبير} = \frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} \times 100 = \frac{86}{46} \times 100 = 186.96\%$$

$$iii. \text{ رقم باش} = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n} \times 100 = \frac{145}{82} \times 100 = 176.83\%$$

$$iv. \text{ رقم فيشر للاسعار} = \sqrt{IL.IP} = \sqrt{(186.96)(176.83)} = 181.82\%$$

$$v. \text{ رقم فيشر للكميات} = \sqrt{\frac{q_n p_o}{q_o p_o} \cdot \frac{q_n p_n}{q_o p_n}} = \sqrt{\frac{82}{46} \cdot \frac{145}{86}} = 1.73370 = 173.37\%$$

vi. نعم يحقق خاصية الانعكاس في المعامل لان حاصل ضرب الرقم الامثل للاسعار في بديله

$$3.152 = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_o} = \text{المعاملي الرقم الامثل للكميات}$$

(2)

$$i. \text{ رقم لاسبير} = 102.4\%$$

$$ii. \text{ رقم باش} = 104.5\%$$

$$iii. \text{ رقم مارشال} = 103.5\%$$

$$iv. \text{ رقم فيشر} = 103.4\%$$

$$v. \text{ الرقم المرجح بالقيمة في سنة الاساس باسعار سنة الاساس} = 102.4\% \text{ (وهو نفس رقم لاسبير)}$$

لاسيير).

$$vi. \text{ الرقم القياسي للمناسيب مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة باسعار سنة المقارنة}$$

$$= 105.2\%$$

$$(3) \text{ الوسط الحسابي البسيط لمناسيب الاسعار} = \frac{R}{3} \text{ حيث } R \text{ منسوب السعر}$$

$$= 145$$

$$\text{الوسط الهندسي البسيط لمناسيب الاسعار} = \sqrt[3]{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3} = \sqrt[3]{3000000} = 144.2\%$$

$$\text{الوسط التوافقي البسيط لمناسيب الاسعار} = \frac{3}{\frac{1}{150} + \frac{1}{125} + \frac{1}{160}} = 143\%$$

$$ii. \text{ الوسط الحسابي للمناسيب مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة}$$

$$\frac{\sum R(p_n q_n)}{\sum p_n q_n} = \frac{24760}{167} = 148\%$$

الوسط الهندسي للمناسيب مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة

$$\begin{aligned} \sum p_n q_n \sqrt[n]{\pi(p_n q_n)} &= \\ &= \sqrt[167]{(150)^{21} \cdot (125)^{50} \cdot (160)^{96}} = 147.4 \% \end{aligned}$$

الوسط التوافقي للمناسيب مرجحا بالقيمة في سنة المقارنة

$$\begin{aligned} &= \frac{\sum p_n q_n}{\sum \frac{1}{R} p_n q_n} \\ &= \frac{167}{\frac{1}{150} 0.21 + \frac{1}{125} 0.50 + \frac{1}{160} 0.96} = 146.5 \end{aligned}$$

(4)

- 121.8.i
- 121.7.ii
- 130.8.iii
- 130.7.iv
- 159.3.v

(5)

1999	1998	1997	1996	1995	السنة
4.24	4.09	3.88	3.61	3.25	الاجر بعملة 1995