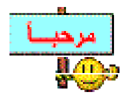


السلام عليكم

ملاحظة :أرجو العودة إلى الأستاذ المحاضر

للتأكد من هذه المعلومات، ففوق كل ذي علم عليم والله من وراء القصد،

كما لا تنسونا بالدعاء في سجودكم.

الإحصاء التطبيقي

مدخل عام للإحصاء

الإحصاء الوصفي.

- **جمع المعلومات.**
- **تحليل المعلومات**

الإحصاء التطبيقي.

هو علم اتخاذ القرارات حتى وإن كانت المعطيات قليلة، يعتمد على أشياء كثيرة أهمها ثلاث:

1. **المجتمع الإحصائي: هو كل وحدة تتوفر فيها الخصائص المدروسة وهذه الخصائص لا يمكن عدها وبهذا نقول أن المجتمع يمكن أن يكون محدد أو غير محدد (لا نستطيع إحصائها)، (قبل الدراسة يجب تحددي العينة).**
2. **الاحتمالات: عبارة عن تصورات حدسية مستقبلية مبنية على قدرات الباحث في تقدير الأحداث وحسب اندماجه (الباحث) في المجتمع، وهي تصورات منفصلة مستقبلية لأحداث لا تمثل احتمالات علمية مطلقة نسبية، يلجأ الباحث إليها، وبذلك توجد احتمالات متنوعة.**

مفهوم الفرضيات: هي عبارة عن حل مؤقت لحل مشكلة دراسية من خلال إيجاد العلاقة بين متغير مستقل وآخر تابع، ويمكن الوصول إليها من خلال الملاحظات السابقة.

استعمالات الفرضيات: تستعمل في واقع الأمر للتوصل إلى اختيار بديل مناسب من أجل اتخاذ القرار المناسب.

3. العينة: هي مجموعة متغيرة نسبية من المجتمع العام ويشترط فيها ما يلي:

- أن تعكس كل صفات وخصائص المجتمع.
- أن يعطي لكل فرد من أفراد المجتمع الانتماء إليها قصد القضاء على التحيز.
- أن تكون كبيرة نسبيا.

الاحتمالات.

هي علم المصادفة يدخل في كثير من التخصصات.

التحليل التوفيقي.

تمهيد: نحتاج في الدراسات الاجتماعية إلى العينات لأنه يصعب دراسة المجتمع بأكمله والعينة هي المجموعة الجزئية من المجتمع الإحصائي، قد يكون الترتيب مهم أو غير مهم في العينة وفيما يخص التحليل التوفيقي نستعمل عدة طرق في دراسة العينة.

1. الترتيب: يرمز له بالرمز **(A)**

إذا أخذنا عينة فيها عناصر نركز للعناصر بـ: (n) ونسحب العينة من (K) بشرط أن يكون $K < n$.

الترتيب بدون إرجاع: يعني سحب عنصر دون إرجاعه، هـ<ا يعطي الفرصة للفرد للظهور مرة واحدة.

لنفرض مجتمع إحصائي (I) ستكون من عناصر حيث:

I={A,B,C,D}

تشكيل العينات الفردية من (I) يكون :

I={A},{B},{C},{D}.

تشكيل العينات الثنائية من (I) يكون:

I={A{B,C,D},B{A,C,D},c{A,B,D},D{A,B,C}}

مثال: يتأهب (05) عدائين للسباق عند نهاية السباق:

- يفوز الأول بميدالية ذهبية.
- يفوز الثاني بميدالية فضية.
- يفوز الثالث بميدالية برونزية.

فكم قائمة يمكن أن نجهزها للفائزين؟

يتم اختيار المرتبة الأولى هي 5.

يتم اختيار المرتبة الثانية هي 4.

يتم اختيار المرتبة الثالثة هي 3.

وبالتالي عدد الطرق الكلية الممكنة هي جداء هذه الطرق:

$A=5\times4\times3=60.$

$A=n(n-1).(n-2)......(n-k)$

$A=n(n-1).(n-2)......(n-k)$

$A!=n(n-1).(n-2)......(n-k)$

$A= \frac{}{(n-k)}$

بحيث أن: K= عدد مفردات العينة.

n= عدد أفراد المجتمع.

$$A^{K}_{n}=\frac{n!}{(n-k)!}$$

الترتيب مع الإرجاع: إن السحب مع الإرجاع يسمح لنا بانتقاء المفردات أكثر من مرة ويرمز لها بالرمز (AR).

مثال: ما هي القدرة النظرية للشبكة الهاتفية الجزائرية، إذا كان رقم المناداة مكونا من ستة أرقام.

$n=10$، $k=6$.

$AR^{6}_{10}=10^{6}$

2. **التبادل:** تعني الترتيب دون تكرار العنصر لـ: n المفردة وبالتالي يمكن إستعمال الصيغة الرياضية التالية:

$n!$

$$A^{n}_{n}=\frac{n!}{(n-n)!}=n!=p_n$$

التبادل دون تكرار:

مثال: بكم طريقة مختلفة يمكن أن يجلس 5 أشخاص داخل السيارة.

ملاحظة: مع العلم أم كل واحد منهم يمكن أن يكون سائقا.

عدد الطرق هو 120 طريقة

$P_n=p_{5!}=5\times4\times3\times2\times1=120$

التبادل مع التكرار:

مثال: ما هو عدد التبادل المختلفة التي يمكن تكوينها من جميع أحرف كلمة RECHEUCHE، لدينا 9 أحرف.

PR=n1,n2,n3........

PR=n1,n2,n3........

إذا لدينا R=2، H=2، E=3، C=2. ومنه:

$$=\frac{9!}{2!.2!.3!.2!}$$

التباديل الدائرية: إن تبادل مفردات عينة في وضعية دائرية فإن عدد الطرق مختلفة: $P_n=(n-1)$

مثال: بكم طريقة يمكن لـ 5 إخوة أن يجلسوا حول طاولة مستديرة لتانول وجبة الغذاء.

بما أن شكل الطاولة هندسية فإنه يمكن لأخ واحد أن يختار في أي مكان يجلس والأربعة يختارون طرق عدة.

$p_n=(5-1)!4.3.2.1=24$

3. التوافق:

التوافق بدون إرجاع: هي الطريقة لتنظيم مفردات المجتمع الإحصائي دون أخذه بعين الاعتبار.

$$C^{k}_{n}=\frac{n!}{K!(n-k)!}$$

التوافق مع الإرجاع: إن عدد مفردات k من K مع إمكانية تكرار العنصر نفسه من n عنصر مختلف.

$(n+k-1)!$

$$C^{k}_{(n+k-1)}=\frac{}{K!(n-k)!}$$

مثال: ما هو عدد العينات المكونة من 3 طلاب التي يمكن سحبها مع الإعادة من مجموعة من الطلاب تحوي 6 طلبة.

$$C^{3}_{(6+3-1)}=\frac{8!}{15!}$$

نموذج عن حالة تحصى ترتيب بعض المفردات ولا تحصى البعض الآخر:

مثال: لجنة مكونة من 20 طالب تختار مكتب لها مكونا من 5 أعضاء : رئيس، نائب رئيس، 3 أمناء، (الترتيب مهم).

رئيس ونائب رئيس $A^{2}_{20}=\frac{20!}{(20-2)!}$

3أمناء $C^{3}_{18}=\frac{18}{(18-3)!}$

5أعضاء كلهم $A^{2}_{20} . C^{3}_{18}$

نظرية الاحتمالات.

تمهيد: إن القسم الرياضي الذي يهتم بدراسات الظواهر العرضية، الفكرة الأساسية التي تقوم عليها نظرية الاحتمالات.

تعار يف ومفاهيم أساسية في نظرية الاحتمالات:

1. **الاختبار:** تعد التجربة من أهم مفاهيم نظرية الاحتمالات وهي تقوم على أساس التأكد أو التحقق من بعض الظروف الظاهرة ما قد تكون من صنع الإنسان أو بالمصادفة مثل: (تسجيل كمية الأمطار في منطقة ما)، وتتعلق بجملة من الشروط.
2. **التجربة النظامية:** هي كل تجربة يمكن أن نتوقع بنائها على أساس قواعد علمية معروفة فانطلاقا من جملة من الشروط.
3. **التجربة العشوائية (الاحتمالية):** هي التي لا يمكن أن نتوقع نتيجتها، هي تكرار نسبي لمنطقة ما لعدد من المرات وهذا العدد هو (K) مقسمة على عدد مرات التجربة.

$A=\frac{k}{n}$ حيث $1 \leq k$ أصغر أو تساوي.

فراغ إمكانات التجربة: تسمى مجموعة من النتائج E في تجربة ما إمكانات التجربة بالرمز Ω

مثال: فراغ إمكانات زهرة النرد $\Omega=1,2,3,4,5,6$

الحوادث وأنواعها.

الحادث: في أي تجربة إحصائية يمكن أن نركز على نتيجة محددة من النتائج الممكنة فهذه مجموعة حدث ونرمز لها بالرمز E.

أنواعه:

1. **الحادث البسيط:** هو الحادث الذي لا نستطيع أن نجزئه.
2. **الحادث المركب:** هو الحادث الذي نستطيع أن نجزئه إلى حوادث بسيطة.
3. **الحادث الأكيد:** احتمال وقوعه الأكيد (بعد النهار يأتي الظلام).
4. **الحادث المستحيل:** استحالة حدوثه (تصبح الجزائر غدا إمبراطورية).

5. **الحادث المتمم (المعاكس):** إذا أخذنا مجموعة الحوادث من الأرقام الفردية (1،3،5) ونرمز له بـ: (A) ومجموعة الأعداد الزوجية (2،4،6) ونرمز له بالرمز (À) إتحادهما يساوي مجموعة خالية:
$A \sqcap \grave{A}=\{\ \}$

6. **الحوادث المتنافية والغير متنافية:** هي تلك الحوادث التي لا يمكن وقوعها في آن واحد.

7.الحوادث الملائمة والممكنة: عند قيامنا بتجربة ما بلاشك فإننا نريد حدوث حادث ما ويسمى هذا الحادث (الملائم) ولكن قد لا يحدث ما نريد الوصول إليه وهو الحادث المتمم لما نريده تسمى بالحوادث الممكنة.

معنى الاحتمال.

يقاس الاحتمال بنهاية صغرى وهي الصفر وهي تعكس حالة الحادث الذي هو مستحيل،
كما تعكس النهاية الكبرى وهي واحد وهي تعكس الحقيقة المطلقة إذا تقاس الاحتمالات في المجال [1،0].

المدخل التقليدي لتعريف الاحتمال.

نتائج الاحتمالات في المدخل التقليدي يمكن أن نعرفها دون اختبارها، وهو يعتمد على التجارب المتجانسة واللامتناهية إذا رمزنا للحادث الملائم A ولاحتمال تحقق هذا الحادث P(A) وكان عدد الحالات التي يقع فيها الحادث A الملائم هو r وكانت n هي عدد الحالات الممكنة إذا فإن احتمال تحقق الحادث هو:

$$P(A)=\frac{r}{N} \quad \text{حيث} \quad 1\le r\le n$$

مثال1: ما احتمال ظهور عدد فردي عند إلقاء زهرة النرد مرة واحدة.

- **نستخرج عدد الحالات الممكنة: $|\Omega|=6$**
- **عدد الحالات الملائمة: $|A|=3$**

ومنه:

$$PA=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

مثال2: علبة تحوي عشرة أفلام منها 7 جيدة الصنع ، ما احتمال حصولنا على 4 أفلام جيدة إذا قمنا بسحب 6 أفلام.

- **نستخرج عدد الحالات الممكنة:**

$$C^{6}_{10}=\frac{10!}{6!(10-6)!}=210$$

عدد الحالات الملائمة: $C^{4}_{7}\,.\,C^{2}_{3}=105$

ومنه:

$$PA=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$$

خواص الاحتمال التقليدي.

1- احتمال قيمة عددية موجبة دائما $0 \geq P(A)$ مهما كان الحادث (A).

2- عندما يكون الحادث (A) أكيدا فإن احتمال تحققه يساوي الواحد وفق الصيغة التالية:

$$P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}$$

3- عندما يكون الحادث (A) مستحيلا فإن احتمال تحققه هو الصفر و<لك وفق الصيغة التالية:

$$P(\emptyset)=\frac{0}{|\Omega|}=0$$

4- من 1 و 2 نستنتج أن $0 \leq P(A) \leq 1$

5- إن الحادث المتمم لـ: (A) هو (À) ويرمز لاحتمال تحققه بـ P(À) وبما أن $AUÀ=\Omega$ تشكل هذه العلاقة حادثا أكيدا والحادثان متنافيان إذا:

$$P(A)+P(À)=P(AUÀ)=(\Omega)=1$$

ومنه نستخلص: $P(À)=1-P(A)$

ملاحظة: ما يعاب على هذا المدخل أنه يصعب اعتماده عندما يكون عدد الحالات الممكنة منتهيا، (أي أن في المدخل التقليدي عدد الحالات الممكنة مستمر).

المدخل الإحصائي في تعريف الاحتمال.

كثيرا من الظواهر لا يمكن معرفة احتمال تحقيقها مسبقا لذا لبد من إجراء المحاولات وتسجيل المشاهدات على التجربة موضوع الدراسة، ومن ثمة استنتاج الاحتمال وعلى هذا الأساس يعرف الاحتمال على أنه التكرار النسبي لوقوع حادث معين ونكتبه بالصيغة التالية:

عدد مرات تحقق الحادث

التردد النسبي للحادث A=ــــــــ

عدد التجارب

$F(A)=\frac{r}{n}$ **حيث** $0 \leq F(A) \leq 1$

مثال: تم إلقاء زهرة النرد 1000 مرة وإحصاء المرات التي يظهر فيها وجه معين وكان 200 مرة.

$$F(A)=\frac{200}{1000}$$

ملاحظة: إن المدخل الإحصائي للاحتمال هو مدخل وصفي كثر أكثر منه رياضي، وذلك للدور الذي تلعب جملة من العوامل العشوائية، وفيه نحصل على نتائج مقبولة.

القوانين الأساسية في حساب الاحتمالات.

جمع الاحتمالات:

مثال: صندوق يحوي 5 كرات 2 بيضاء و1 سوداء و2 حمراوين.

سحب واحدة، ما احتمال الحصول على كرة بيضاء أو سوداء.

احتمال الحصول على كرة بيضاء:

$$P(B)=\frac{2}{5}=0.4$$

احتمال الحصول على كرة سوداء:

1

P(N)=-=0.2

5

احتمال الحصول على أحدهما هو:

P(B)U(N)=P(B)+P(N)

=0.4+0.2=0.6

خلاصة: احتمال تحقق جمع الحوادث المتنافيا يساوي مجموع احتمالات تلك الحوادث.

الحوادث غير المتناهية.

إذا كان AوB حدثين غير متناهيان فإن احتمال وقوع أحدهما هو عبارة عن حاصل جمع احتمال وقوع كل منهما مع إبعاد احتمال وقعهما معا:

P(AUB)=P(A)+P(B)-P(AПB)

وتعرف هذه الصيغة بالقانون العام للجمع.

مثال: يقوم شخص بإلقاء قطعة النرد، المطلوب ما احتمال الحصول على رقم فردي أو يقبل القسمة على ثلاث.

ليكن A عدد الحالات التي تمثل العدد الفردي: A={1.3.5}

ليكن B عدد الحالات التي تمثل العدد يقبل القسمة على 3: B{3.6}

3

P(A)=-

6

2

P(B)=-

6

1

P(AΠB)=-

6

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$={}^{3}/_{6}-{}^{2}/_{6}={}^{1}/_{6}$$

$$={}^{3}/_{6}+{}^{2}/_{6}-{}^{1}/_{6}={}^{4}/_{6}=0.6$$

ضرب الاحتمالات.

ليكن لدينا حدثان مستقلان عن بعضهما البعض.

- **ما احتمال وقوعهما معا في آن واحد.**

هو حاصل ضرب احتمال حدوث الأول في احتمال حدوث الثاني.

وتسمى أيضا بقاعدة الاحتمالات المركبة (ح) مستقل.

مثال: صندوق يحوي 10 كرات بيضاء و20 سوداء نسحب كرة منه بيضاء وبدون تكرار. ونسحب مرة أخرى كرة ثانية.

أحسب احتمال أن تكون كل من الكرتين بيضاء.

$$P(A\cap B)=P(A).P(B)$$

$$={}^{10}/_{30}.{}^{9}/_{29}$$

الاحتمال الشرطي.

نستخدم نظرية الاحتمال الرمز $P(A/B)$ ويقرأ بتحقيق الحادث A شرط تحقق الحادث B مسبقا ومنه نكتب:

إذا كان A وB حدثين مستقلين فإن:

$P(A/B)=P(A)$ أو $P(B/A)=P(B)$

أما إذا كان الحادثين غير مستقلين

$P(B/A) \neq P(b)$ أو $P'(A/B) \neq P(A)'$

الحوادث الغير مستقلة.

إذا كان لدينا الحدثان A وB وكان وقوع الحادث B مشروط بوقوع الحادث A فإن احتمال وقوعها معا هو:

جداء احتمال وقوع الأول باحتمال وقوع الثاني بعد حدوث الأول.

ويعبر عن ذلك وفق التالي:

$$P(A \cap B)=P(A).P(B/A)$$

أو

$$P(A \cap B)=P(B).P(A/B)$$

إذا كان $P(B) \neq 0$ فإن الاحتمال الشرطي لوقوع الحادث A بعد وقوع الحادث B.

يعطي بالعلاقة التالية:

$$P(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

خواص الاحتمال الشرطي.

- $P(\Omega/A)=1$

إثبات:

$$P(\Omega/A)=\frac{P(\Omega \cap A)}{}$$

$P(A)$

$P(A)$

$=\_=1$

$P(A)$

- إذا كان B وA حدثان متنافيان فإن: $A\cap B=\emptyset$

إثبات:

$$P(^{A\cup B}/_{C})=P(^{A}/_{C})+P(^{B}/_{C})$$

الاحتمال الكلي.

في حالات كثيرة قد يكون وقوع حادث ما مرتبط بالتجربة E ولا يتحقق بتحقق الحوادث المتنافية:

$B_1.B_2.B_3.........Bn$

والتي تشكل تجزئة للمجموعة الكلية.

المتغيرات العشوائية.

كثيرا ما نتعامل مع ظواهر مختلفة تماما مثل سقوط الأمطار على شرق البلاد مع احتمال سقوط الثلوج .... الخ.

المتغير العشوائي.

إن المتغير العشوائي X هو مجموعة مقادير أو قيم لنتائج تجربة عشوائية يكون تحققها مقرون باحتمالات معينة.

إن X كمتغير عشوائي يأخذ قيمة ممكنة $X_1.X_2.X_3.........Xn$

وكل قيمة ممكنة تقابلها قيمة احتمالية من $P_1.P_2.P_3.........Pn$

نظرية العينات.

في دراسة موضوع ما يقوم الباحث بأحد الطريقتين:

1.طريقة الحصر الشامل، ويعني القيام بالدراسة على المجتمع الإحصائي ككل.

2.أو يأخذ عينة من مجتمع الدراسة.

اختيار أحد الخيارين يكون حسب الهدف من الدراسة.

تعريف العينة.

هي أخذ جزء من المجتمع يمثل الكل، من أجل دراسته.

هي طريقة اختبار العينة تسمى بطريقة المعاينة وهذه الطريقة لا تكون عشوائية فالمعاينة هي علم وفن تساعد الباحث على وضع معلوماته بمستوى الدقة المطلوبة.

مميزات العينة.

- **تختصر لنا الوقت أو توفر الوقت والتكاليف والجهد.**
- **يمكن الحصول على إجابات دقيقة وكاملة.**
- **إمكانية الاستبدال المفردات إذا امتنعت عن الإجابة، بنفس الطرق التي اخترنا بها العينة السابقة.**

استنتاج.

يطلق على المجموعة التي بصدد دراستها بجمهور البحث وهذا المصطلح هو تعبير إحصائي وليس مرادف لكلمة الناس فقد يكون جمهور البحث مجموعة من الطلاب ... الخ.

أهمية العينة في العلوم الاجتماعية.

نظرا لصعوبة اختيار الباحث للحصر الشامل فهو يلجئ للعينة، فهي تعطي الدقة اللازمة والمصداقية المطلوبة أكثر من أسلوب الحصر الشامل.

أسلوب المعاينة.

تقدير حجم العينة: لا يوجد اتفاق علمي حول حجم العينة حيث توجد اتجاهين:

1. هذا الأسلوب يعطي تقديرات بـ 10% إلى 15% .
2. هذا الاتجاه يعتمد على نظرية الاحتمالات وهي تلزمنا بمعرفة كل معطيات مجتمع البحث.

سحب العينة من المجتمع الأصلي:

1. في حالة مجتمع صغير: في هذه الحالة فإن الإشكال يتمثل في مدى توافر عدد كافي للقيام بالبحث.
2. في حالة مجتمع كبير: في هذه الحالة لبد للباحث اختيار العينة وذلك بأحد الأسلوبين:

أ- الاختيار الغير عشوائي: حيث يتم اختيار العينة التي يرى الباحث أنها تمثل المجتمع بنسبة لصفة أو خاصية ما.

ب- الاختيار العشوائي: يوجد طريقتين للاختيار العشوائي:

a) طريقة القرعة.

b) طريقة الجداول العشوائية.

أنواع العينات:.

تنقسم العينات إلى نوعين احتمالية أو غير احتمالية:

العينات الاحتمالية:

1. **العينات العشوائية البسيطة:** يستخدم فيها جميع مفردات المجتمع الإحصائي متجانسة، ويكون الهدف من البحث هو تحديد خصائص المجتمع، وتعطى نفس الفرصة لجميع مفردات المجتمع للظهور.
2. **العينة العشوائية المنتظمة:** هي في الواقع عينة بسيطة ولكن تتطلب تنظيم المفردات أو ترتيبها وعند ذلك تنتفي العشوائية.

مثال: لدينا مجتمع يتكون من 6000 مفردة والعينة المطلوبة 200 مفردة والخطوات وفق العينة العشوائية تكون كالتالي:

$$\text{مقدار التمثيل} = \frac{\text{عدد مفردات المجتمع الأصلي}}{\text{عدد مفردات العينة}}$$

ومنه: مقدار التمثيل= $^{600}/_{300}$=30.

لنفترض أننا قمنا باختيار الرقم 22 كرقم عشوائي ومنه نجد 22.52.82.112. إلى أن نصل إلى 5992.

كيفية إيجاد أي مفردة من مفردات العينة:

رقم المفردة بالعينة = الرقم العشوائي المختار + ترتيب المفردة -1 على مقدار التمثيل.

يمتاز هذا النوع من العينات بالسهولة والسرعة في التطبيق.

3. **العينة العشوائية الطبقية:** تستخدم في دراسة المجتمعات التي تتميز بتباين نوعيات مفردتها، وقبل الاختيار يتم تقسيم المجتمع إلى طبقات ولكل طبقة خصائص معينة، ويتم التعامل مع كل طبقة وكأنه مجتمع مستقل ثم نأخذ عينة عشوائية من الطبقة.

طريقة اختيار العينة الطبقية:

- يقسم المجتمع الأصلي إلى مجموعات متجانسة إلى طبقات.
- تحديد نسبة مفردات كل طبقة في المجتمع الإحصائي النسبة تأخذ كتالي:

$$\text{نسبة مفردات كل طبقة} = \frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع الأصلي}}$$

ومن أجل تحديد مفردات العينات المطلوبة من كل طبقة نستخدم ثلاث طرق:

أ- طريقة التوزيع المتساوي: حيث يوزع (حجم العينة الكلي) على مختلف الطبقات بالتساوي دون النظر إلى حجم الطبقات ويحسب وفق التالي:

$$\text{حجم كل عينة} = \frac{\text{الحجم الكلي للعينة}}{\text{عدد الطبقات}}$$

ب- طريقة التوزيع المتناسب: حيث يوزع حجم العينة الكلي، بحيث يتناسب مع حجم العينة الذي يخصص لكل طبقة معينة، وتحسب وفق الصيغة التالية:

$$\text{حجم العينة من طبقة معينة} = \frac{\text{الحجم الكلي للعينة} \times \text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع الأصلي}}$$

ج- الطريقة الثالثة يشترط في استخدامها معرفة قيمة الانحراف المعياري لكل طبقة وتحسب وفق التالي:

$$\text{حجم العينة للطبقة المعينة} = \frac{\text{الحجم الكلي} \times \text{حاصل ضرب الطبقة في انحرافها المعياري}}{\text{حاصل جمع الطبقات في انحرافاتها المعيارية}}$$

4.العينة المتعددة المراحل: يتم اختيارها لما تكون مفردات من جمهور البحث موزعة على مناطق جغرافيا واسعة فاختيار العينة يكون على مراحل وذلك بأخذ عينة عشوائية بسيطة من الجهات الأخرى، ثم عينات أخرى من كل جهة نتيجة من المعاينة السابقة. وهكذا إلى أن يصل الباحث إلى اختيار عينة في المفردات الفعلية التي تدخل في تشكيل العينة.

5.العينة العشوائية الطبقية المتعددة المراحل: وهي الجمع بين العينة العشوائية الطبقية والعينة العشوائية المتعددة المراحل.

مثال: موضوع التسرب المدرسي بالجزائر فإنه يمكن استخدام العينة العشوائية المتعددة المراحل إذا كانت الهيئة المشرفة على البحث تملك الجهد من باحثين وأموال كافية وإذا اعتبارنا أن المدرسة الجزائرية تشمل كل المستويات وأن خطورة التسرب تختلف بين المؤسسات الثلاث فإن العينة الأكثر مناسبة هي العينة العشوائية الطبقية المتعددة المراحل.

العينات الغير احتمالية:

إن احتمال اختيار عنصر من مجتمع البحث غير معروف ومن المستحيل معرفة إن كان لكل عنصر منذ البداية حظ يساوي أولا لأن ينتقى ضمن العينة ومن أهم العينات الغير احتمالية نذكر:

1.العينة العرضية (عينة الصدفة): لو أردنا معرفة وجهة نظر عمال مصنع ما حول موضوع معين مثلا سنلتقي بأولئك المترددين على مقهى أثناء وقت الغذاء أو نرصدهم عند خروجهم من المصنع دون أن نتسأل عن غياب ألئك الذين لا يتناولون غذائهم، ولا عن اللذين يتأخرون في الخروج ساعة وجودنا في الرصد، في هذا النوع من المعاينة لا توجد هناك أي وسيلة لتقيم الأخطاء.

2.العينة الحصصية: يستخدم هذا النوع عندما يتطلب من الباحث القيام بإجراء عدد معين من المقالات لأشخاص لهم صفات محددة في مكان معلوم أو بإجراء عدد معين من الزيارات الميدانية لجمع معلومات عن ظاهرة معينة

داخل منطقة محددة حيث يقوم الباحث بتقسيم المجتمع إلى طبقات أو فئات ثم يعمل على تمثيل كل فئة من العينة بنسبة وجودها في المجتمع الأصلي.

مثال: عند دراسة مجتمع بحث يمثل سكان مدينة تلمسان مثلا ولا نعرف عنه سوى بعض الخصائص العامة التالية: 9% عمال منتجين،5% إداريين، 25% فلاحين، 20% مهن حرة، 5% أرباب عمل 30% تجار 15% بطالين.

فنختار 10% مثلا عن كل فئة عن طريق الصدفة.

3.العينة الغرضية: وتسمى أيضا بالعينة المقصودة وتكون باختيار الباحث لمجموعة من المفردات قصديا لاعتقاده بأنها تساعده على تحقيق الغرض من البحث أحسن من غيرها.

مثال: اختيار مجموعة من المجاهدين الذين عاشوا الثورة لدراسة موضوع يتعلق في هذه الأخيرة.

4.عينة كرة الثلج: وتكون لما يتعذر على الباحث معرفة جمهور البحث، بحيث يكون عدد مفردات هذا الجمهور قليل، وصعب الوصول إليها، فيبحث عن فرد أو اثنين، ثم بواسطة هذين الفردين يستطيع معرفة آخرين لتجانسهم في الصفة المراد دراستها، وبواسطة الأفراد الجدد يمكن جمع الآخرين وهكذا.

مثال: إذا أردنا دراسة استهلاك المخدرات لدى الأحداث أو دراسة الأصول الاجتماعية لمدمنين المخدرات أو متسولي الأحداث.

ملاحظة: إن الذي يحدد أسلوب اختيار عينة البحث هو الهدف من البحث والإمكانيات للباحث أو الهيئة المشرفة للبحث.

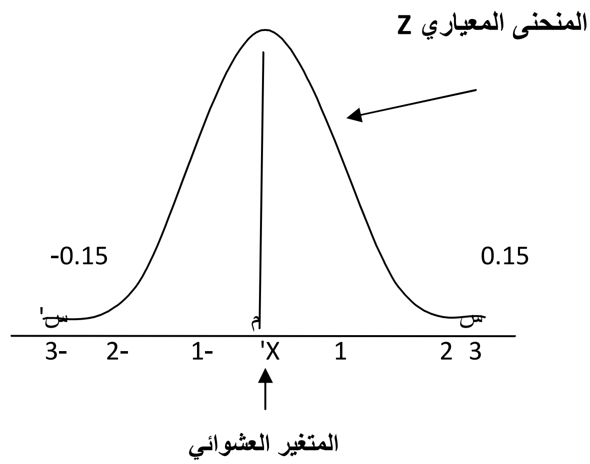
التوزيعات الاحتمالية المتصلة (المستمرة).

التوزيع المعتدل (الطبيعي):

تمهيد: يعتبر من أهم التوزيعات المستخدمة في الدراسات الإحصائية (غواس ولابلاس) هما اللذان يرجع لهما الفضل في إعطاء أهمية لهذا التوزيع.

أشتق اسم التوزيع الطبيعي في أن كثيرا من التوزيعات تأخذ قريبا منه فلقد لحظ الاجتماعيون منذ القرن الثامن عشر أن أخطاء المشاهدات ونعني بها التوزيعات وبين القيم الحقيقية وبين القيم المشاهدة وبصفة خاصة فإن المشاهدات الفلكية تتبع في توزيعاتها هذا التوزيع ولذا ركزت الدراسات والبحوث على البيانات التي تتبع في توزيعها التوزيع المعتدل وإستخلاص النتائج منها وتكون أهمية في إستخدامه في حالات خاصة بدلا من توزيعات المتغيرات الأخرى مثل توزيع F أو (K^2,X^2) نفس المعنى.

منحنى التوزيع المعتدل:



يتم التعامل مع التكرارات النسبية وهذا المنحنى فيه ثلاث انحرافات معيارية ... له قيمة واحدة ويمتد طرفه إلى مالا نهاية ويقصد بها أن طرفي المنحنى يتقاربان من القاعدة (م،س') الذي يشمل قيم المتغير العشوائي X' مهما صغرت.

ويمكن حساب القيم على المنحنى المعتدل أو التكرار النسبي (Y) الذي يقابل هذه القيم على المحور العمودي من معادلة المنحنى المعتدل وصيغتها بالشكل التالي:

1 X-U

Y=__×'e (_)

ﺕ. $\sqrt{2\pi}$ 2ﺕ2

حيث:

Y: يمثل التكرار النسبي على المحور العمودي مقابل قيم X

U: المتوسط الحسابي للمجتمع .

e': قاعدة اللوغاريتم النبري ويساوي e=2.71828'

ملاحظة: كلما زادت قيمة الانحرافات المعيارية كلما أصبح المنحنى أكثر تفرطح والعكس صحيح.

خواص المنحنى المعتدل الطبيعي:

1. **المنحنى متماثل حول الوسط الحسابي وبالتالي يمكن تقسيمه إلى قسمين متساويين.**
2. **إن طرفي المنحنى متناقصان كلما ابتعدنا عن المتوسط الحسابي ولكنهما لا يلتقيان بالمحور النسبي أبدا فإن المساحة الموجودة بعد ثلاث انحرافات معيارية عن الوسط الحسابي ليست لها أهمية والمعادلة بهذا الشكل تمثل عدد لا نهائي من المنحنيات المعتدلة التي تختلف من مجتمع إلى الأخر تبعا للاختلاف في معالم المجتمع.**
3. **إذا كانت لدينا مجموعات عددية من البيانات ذات متوسطات حسابية مختلفة وانحرافات معيارية متماثلة أو متساوية.**

والعكس إذا تساوت قيمة المتوسط الحسابي لعدت مجموعات من البيانات واختلفت قيم انحرافاتها المعيارية ينتج عدت أشكال مختلفة لها نفس المتوسط الحسابي.

68.27% من البيانات تقع بين المتوسط الحسابي والانحراف المعياري الأول $X\pm ﺕ_1$' و95.45% من البيانات تقع بين المتوسط الحسابي والانحراف المعياري الثاني $X\pm ﺕ_2$'

و99.73% من البيانات تقع بين المتوسط الحسابي والانحراف المعياري الثالث $'X\pm\sigma_3$

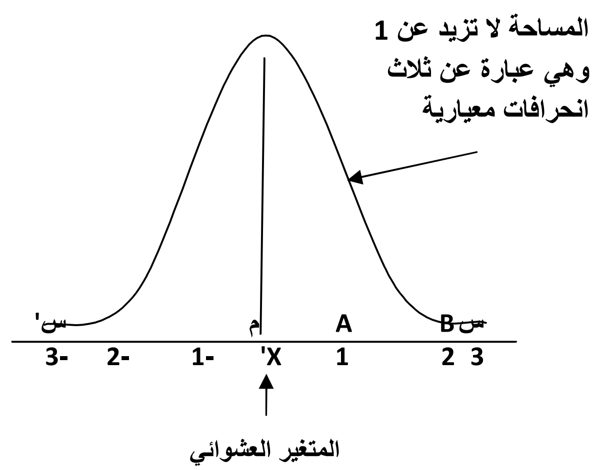
مثال: حوض زراعي يتكون من 10قطع زرعت قمحا ووجد أن كمية الإنتاج لعدد من القطع يزيد عن متوسط إنتاج الحوض بأكثر من ثلاث انحرفات فمعنى ذلك أن هناك خطأ في حساب البيانات يجب مراجعتها للتأكد من صحتها لأنه من المفترض أقل أو أكثر إنتاج لا تقل أو يزيد عن المتوسط بما بما يساوي ثلاث انحرفات معيارية فرضا أن متوسط إنتاج القطعة هو 5 طن وأن الانحراف المعياري هو 0.5 طن معنى ذلك أن إنتاج قطعة يجب أن لا يزيد عن $(5-3\times0.5)=1$

المنحنى المعتدل المعياري:

المتوسط الحسابي يساوي صفر وانحراف معياري يساوي 1 لذلك يجب تحويل أي متغير غير عشوائي إلى متغير عشوائي معياري

في القيمة $Z=\frac{X-'X}{S}$

في حالة المجتمع $Z=\frac{X-U}{\sigma}$



بما أن المساحة الاحتمالية الواقعة تحت المنحنى تساوي 1 فإن احتمالات انحصار الحادث بين A وB يساوي المساحة المنحصرة تحت هـ<ا المنحنى ونرمز له بما يأتي: $A \leq Z \leq B$

ومساحة المنحنى مقسمة إلى احتمالات قد وضعت لها جداول معينة نجدها في كتب الإحصاء.

استخدام التوزيع الطبيعي المعياري:

1. يمكن استعمال التوزيع الطبيعي المعياري ومختلف المساحة الموجودة تحت المنحنى لتعرف على القيمة الأصلية في التوزيع المعتدل.
2. يمكن استخدام جدول Z للتعرف على الرتبة المئوية المحددة لمكانة شخص في توزيع أو لنتيجة ما.
3. كذلك نستخدم الدرجة المعيارية لمقارنة أداء شخص في مجموعة من الاختبارات تتميز بمتوسطات حسابية وانحرافية معيارية مختلفة لمعرفة الاختبار الذي كان فيه الشخص أكثر تفوقا لبد مقارنة أدائه على مستوى القيم المعيارية.

مثال: تقدم طالب للامتحان المنهجية وحصل على علامة 70% في حين كان الوسط الحسابي لعلامات الامتحان 65 % كما تقدم نفس الطالب للامتحان لمادة الاحصاء وتحصل على 85 % والوسط الحسابي لمادة الاحصاء 88% كما أ، الانحراف المعياري للمنهجية 5 والامتحان الاحصاء 4.

في أي الامتحانات مستوى الطالب هو أفضل؟

لدينا:

SX~'X 70-65

Z=__=__ =1

S 5

$$Z=\frac{X-\bar{X}}{S}=\frac{85-88}{4}=-0.75$$

الاحتمال والتوزيع المعتدل:

التوزيع المعياري هو أي توزيع متوسطه الحسابي صفر وانحرافه المعياري 1 وإذا كان التوزيع الطبيعي متوسطه أي قيمة غير الصفر وانحرافه المعياري أي قيمة غير الواحد فإننا نستطيع تحويل التوزيع طبيعي إلى توزيع طبيعي معياري.

والمساحة الموجودة تحت المنحنى الطبيعي هي عبارة احتمال فإذا أردنا معرفة احتمال أي متغير فإننا نستطيع حساب الاحتمال بواسطة معادلة المنحنى لكن ذلك يعتريه صعوبات، وفي سبيل التغلب على هذه الصعوبات نستعين بجدول المنحنى الطبيعي للساحة التي تقع بين الوسط الحسابي وأي قيمة معينة أخرى أو المساحة التي تقع بين قيمتين من قيم التوزيع أو التي قد تكون أقل أو أكبر من القيمة المحددة.

نماذج بعض الحالات:

1. **إذا كانت النقطيتين على جهة واحدة من المتوسط الحسابي كلاهما موجب أو سالب الاشارة فالمساحة بينهما تعادل الفرق بين مساحتين.**
2. **إذا كانت النقطتين على جهتين مختلفتين من المتوسط الحسابي أي إحداهما والثانية سالبة فالسماحة تكون الجمع.**

مثال: ما هو الاحتمال أو المساحة المحصورة بين –0.5 درجة معيارية و 0.7 درجة معيارية.

بالنظر إلى الجدول نجد أن المساحة 0.5 تماثل –0.5 وبذلك نجد 0.5 قيمتها 0.1915 و 0.7 قيمتها 0.2580 ومنه 0.4495=0.1917+0.2580

نسبة الحالات تحت المنحنى ألاعتدالي (المعياري الطبيعي):

لإيجاد نسبة الحالات التي تقع تحت المنحنى الاعتدالي نتبع الخطوات التالية:

1. **تحويل الدرجة الخام إلى درجة معيارية**

الدرجة الخام – المتوسط

Z=ـــــ

الانحراف المعياري

SX~'X

Z=ــــ

S

S هو الانحراف المعياري

2. إيجاد المساحة تحت المحنى من الجدول Z.

3. ضرب الناتج في 100 لنخرج نسبة الحالات.

مثال: إذا كان متوسط درجة الطلاب في مادة علم الاجتماع العام هي 80 درجة بانحراف معياري 10 إذا فرضنا أن درجات الطلاب موزعة توزيع إعتدالي.

ما نسبة الطلاب اللذين تتراوح علاماتهم بين 80 و90 درجة.

90−80

Z=ــــ=01

10

المساحة المقابلة لـ Z_1 هي 0.3413

ضرب نسبتهم في 100 أي 100×0.3413=34.13%

احتمال الحصول على قيمة تقع بين قيمتين معلوما تين:

لإيجاد هذا الاحتمال نتبع الخطوات التالية:

1. تحويل القيمة الصغرى والكبرى إلى قيم معيارية.

2. تطبيق الدالة الاحتمالية للتوزيع وصورته.

$f(V_P \leq SX \leq V_G)$

3. إيجاد القيمة المقابلة للقيمة المعيارية من الجدول Z إذا كانت القيمة المعيارية سالبة فإن القيمة المقابلة تطرح من الواحد الصحيح.
4. تقدير العدد الإجمالي بطرح الدرجة المقابلة الصغرى من الدرجة المقابلة الكبرى.
5. تقدير النسبة المئوية للعدد المحتمل بين القيمتين بضرب ناتج الطرح في 100.

مثال: إذا كانت نتيجة الامتحان لـ 500 طالب في مادة الاحصاء تتبع منحنى اعتدالي وسطه الحسابي 70 بانحراف معياري 8.

جد عدد الطلاب المحتمل حصولهم درجة تتراوح بين 62 و82.

لدينا:

$$Z_{62} = \frac{62-70}{8} = -1$$

$$Z_{82} = \frac{82-70}{8} = 1.5$$

تطبيق الدالة الاحتمالية للتوزيع وصورته.

$$f(-1 \leq 0.2255 \leq 1.5)$$

إيجاد القيمة المقابلة للقيمة المعيارية للجدول Z

$$Z_{-1}=1-0.3413=0.6587$$

$$Z_{1.5}=1.5=0.4332$$

تقدير العدد الإجمالي:

$$0.2255=0.6587-0.4332$$

تقدير النسبة المئوية للعدد المحتمل:

$$\%22.55=100\times0.225$$

عدد الطلاب المحتمل حصولهم على درجة تتراوح بين 62 و82 هو:

$$113=\frac{500\times22.5}{100}$$

احتمال الحصول على قيمة أكبر من أو يساوي قيمة معلومة:

1. تحويل القيمة المطلوبة إلى قيمة معيارية.
2. تطبيق الدالة: $f(SX \geq Z)=1-f(SX \geq Z)$
3. إيجاد القيمة المقابلة من الجدول.
4. تقدير العدد الإجمالي بطرح القيمة المقابلة من الواحد صحيح 1 وضرب الناتج في إجمالي عدد الحالات.

مثال: إذا كانت نتيجة الامتحان لـ 500 طالب في مادة الاحصاء تتبع منحنى اعتدالي وسطه الحسابي 70 بانحراف معياري 8.

جد عدد الطلاب المحتمل حصولهم على 88 درجة فأكثر.

لدينا:

$$Z=\frac{88-70}{8}=2.25$$

$$f(SX \geq 2.25)=1-f(SX \geq 2.25)$$

$Z_{2.25}=0.0.4878$

$=1-0.4878$

$=0.5122*100$

نسبة الحالات=51.22%

عدد الطلاب هو:

$256=0.5122-500$

احتمال الحصول على قيمة أقل من أو تساوي قيمة معلومة:

نتبع ما يلي:

1. تحويل القيمة المطلوبة إلى قيمة معيارية.
2. تطبيق الدالة: $f(\mathcal{S}\mathcal{X} \leq Z)$
3. إيجاد القيمة المقابلة للقيمة المعيارية من الجدول.
4. تقدير العدد الاحتمالي بضرب الناتج في إجمالي عدد الحالات.

مثال: إذا كانت نتيجة الامتحان لـ 500 طالب في مادة الاحصاء تتبع منحنى اعتدالي وسطه الحسابي 70 بانحراف معياري 8.

جد عدد الطلاب المحتمل حصولهم على 88 درجة فأقل.

لدينا:

القيمة المعيارية: $Z=2.25$ إذا $f(\mathcal{S}\mathcal{X} \leq 2.25)$

ومنه القيمة المقابلة: $Z_{2.25}=0.4788$

عدد الحالات المطلوبة: $2.44=500*0.4878$

إيجاد القيمة إذا علم احتمالات الحصول على قيمة أكبر منها أو تساوي:

للحصول على هذه القيمة نتبع الخطوات التالية:

1. طرح النسبة المطلوبة من الواحد الصحيح.
2. إيجاد المساحة المناظرة للقيمة المعيارية.
3. تطبيق المعادلة.

مثال: إذا كانت نتيجة الامتحان لـ 500 طالب في مادة الإحصاء تتبع منحنى اعتدالي وسطه الحسابي 70 بانحراف معياري 8.

جد الدرجة التي حصل عليها أكثر من 25% من الطلاب.

لدينا:

$1-0.25=0.75$

إيجاد المساحة المقابلة $Z_{0.75}=0.2734$

$$\frac{X-70}{8}=0.2734$$

$X=72.18$

أي أن 25% من الطلاب حصلوا على 72.18

إيجاد القيمة إذا علم احتمال الحصول على قيمة أقل منها أو تساويها:

نتبع ما يلي:

1. إيجاد المساحة المناظرة.
2. تطبيق المعادلة.

مثال: إذا كانت نتيجة الامتحان لـ 500 طالب في مادة الاحصاء تتبع منحنى اعتدالي وسطه الحسابي 70 بانحراف معياري 8.

جد الدرجة التي حصل عليها أقل من 25% من الطلاب.

لدينا:

المساحة المقابلة للقيمة المعيارية هي: $Z_{0.25}=0.0987$

ومنه:

$$\frac{X-90}{8}=0.0987$$

$X=71$

التوزيع المعتدل وتوزيع المعاينة للمتوسطات.

تمهيد: تمثل دراسة وتحليل المجتمع إذا كان صغيرا أما إذا كان كبيرا أو لعوامل التكلفة والسرعة والدقة فإنه تأخذ عينة منه وبعد ذلك نقوم بـ: حساب إحصائيات العينة مثل: المتوسط، الوسيط .... الخ.

واختيار أحد هذه المقاييس يتوقف على نوع البيانات التي تم الحصول عليها وتتغير قيم تلك الإحصائيات من عينة إلى أخرى لذلك تعتبر متغير عشوائي لها توزيع احتمالي يسمى توزيع المعاينة.

توزيع المعاينة:

هو التوزيع الاحتمالي للإحصائيات المحسوبة من جميع العينات العشوائية ذات الحجم المتساوي والتي يمكن سحبها من المجتمع، والتوزيع المعتدل له معلمتين وهما:

μ: هو التوزيع المتوسط الحسابي للمجتمع.

σ: الانحراف المعياري للمجتمع.

σ^2: هو التباين للمجتمع.

إذا كان المجتمع له توزيع معتدل فإن الوسط المجتمع الحسابي X' للعينة هو مقدار للمعلمة μ

الانحراف المعياري للعينة S هو مقدار للمعلمة σ للمجتمع.

كما أن وسيط للعينة Me هو مقدار للمعلمة μ للمجتمع.

الانحراف الربيعي للعينة IQ هو مقدار للمعلمة σ للمجتمع.

توزيع المعاينة للمتوسطات:

هو عبارة عن توزيع احتمالي وتكراري للإحصائيات المحسوبة، وعدد الإحصائيات التي يمكن أن نستخرجها من مجتمع معين تكون بعدد العينات وإذا الإحصائية المستخدمة هي المتوسط الحسابي فإن توزيعها يسمى توزيع المعاينة المتوسط الحسابي.

ولهذا التوزيع أهمية خاصة في الإحصاء التطبيقي إذا أخذنا عينة عشوائية من مجتمع معين وحسبنا متوسطهما الحسابي كتقدير للمتوسط الحسابي للمجتمع فإن المتوسط الحسابي لهذه العينة يمثل مقدار ثابت وبتالي لا يمكن القول بأن متوسط العينة يمثل المتوسط العام للمجتمع.

وإذا أخذنا عينة أخرى لها نفس الحجم فلا يمكن أن نتوقع أن يكون المتوسط الحسابي للعينة الأولى يساوي المتوسط الحسابي للعينة الثانية $'X_1='X_2$ لذلك نقول إن المتوسط الحسابي للعينات من مجتمع ما مقدار غير ثابت بل هو متغير عشوائي له توزيع احتمالي يتميز بخصائص هامة ومفيدة في دراسة المجتمعات عن طريق المعاينة ومن الخصائص الأساسية لهذا التوزيع ما يأتي:

1. متوسط جميع متوسطات العينات يساوي المتوسط الحسابي للمجتمع، ونرمز لمتوسط المتوسطات بـ: $''X$ حيث N هو عدد العينات

$$''X = \frac{'X_1+'X_2+\dots\dots\dots 'X_N}{N}$$

2. الانحراف المعياري للمتوسطات في حالة سحب العينات بدون إرجاع من مجتمع محدود حجمه يساوي:

$$\sigma_{''x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

ملاحظة: الجذر يشمل الكسر كاملا.

حيث:

N: هي حجم المجتمع الأصلي.

n: هي حجم العينة.

أما إذا كان حجم المجتمع غير محدود أو كان السحب بإرجاع فإن الانحراف المعياري السابق يختصر إلى :

$$\sigma_{''x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

مثال: مجتمع إحصائي يتكون من 4 مفردات.

كون من هذا المجتمع توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي.
تأكد من أن (μ=''X).

أحسب الخطأ المعياري علما أن: K=2 و.σ=1.29

وأن عناصر المجتمع هي 5.4.3.2

الحل:

تحديد عدد العينات التي يمكن استخراجها:

نطبق التوافق:

$$C^{2}_{4}=\frac{4!}{2!}=6$$

عدد العينات هو : 6

تشكيل العينات {[4.5].[3.5].[1.4].[2.5].[2.4].[2.3]}=E

المتوسط الحسابي للمجتمع:

$$\mu=\frac{2+3+4+5}{4}=3.5$$

$$''X=\frac{2.5+3+3.5+3.5+4+4.5}{6}=3.5$$

ومنه: μ=''X

حساب الخطأ المعياري:

$$\sigma_{''X}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1.29}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1.29}{\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{2}{3}} =$$

ملاحظة: الجذر يشمل الكسر كاملا.

ملاحظة: لقد دلت التجارب الإحصائية أن الانحراف المعياري للعينة أقل بقليل من الانحراف المعياري للمجتمع وأن أحسن تقويم للانحراف المعياري للعينة يكون بالصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \sigma \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

ملاحظة: الجذر يشمل الكسر كاملا.

حيث:

$\hat{\sigma}$: الانحراف المعياري المقدر للمجتمع.

σ : الانحراف المعياري للعينة.

n: عدد أفراد العينة.

وبقسمة الانحراف المعياري للمجتمع على الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة ناقص واحد:

$$\sigma_{\bar{p}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N-1}}$$

ملاحظة: الجذر يشمل N-1 فقط.

اختبار الفروض الإحصائية.

تمهيد: إن اختبار أي فرضية من الفروض الإحصائية ما هو إلا اختبار للثقة لقيمة المتوسط الحسابي للعينة وتتوقف هذه الثقة على حجم خطأ المعاينة الذي يمكن قياسه عن طريق إيجاد حدي الثقة للوسيط الحسابي للمجتمع أو عن طريق اختبار معنوية الوسيط الحسابي ويعتمد فهم اختبار صدق الفرضية إلى حد كبير على فهم كامل للاحتمالات وعلاقاتها بالمنحنى ألاعتدالي.

الفروض الإحصائية:

الفروض الإحصائية هو إجابة مؤقتة أو مسبقة لإشكالية مطروحة تحتمل الخطأ أو الصواب ويتم إخضاع تلك الإجابات للاختبار من مدى صحتها أو عدم صحتها.

أنواع الفروض:

1. **الفرض الصفرى:** ويرمز له بالرمز H_0 ونعني به عدم وجود فروق حقيقية بين متوسطي العينة والمجتمع.
2. **بديل الفرضية:** ويرمز له بالرمز H_1 يصاغ على نهج معاكس تماما للفرض الصفري ونعني به وجود فروق حقيقية بين متوسطي العينة والمجتمع.

مثال: إذا أردنا اختبار مدى تفوق إقليم A على الإقليم B في كمية الأمطار نعطي فروض صفرية متوسط كمية الأمطار متساوية في إقليمين أو بصيغة أخرى أن الفرق بين متوسطي كمية الأمطار في الإقليمين يساوي الصفر (الفرض الصفري) إذا الفرض البديل هو : إن متوسط كمية الأمطار في الإقليمين غير متساويين.

كاي مربع نموذجا:

تعريف الاختبار: هو توزيع احتمالي ويستخدم فيه اختبار الفرضية استقلال بين متغير مثل عدم وجود علاقة بين مستوى الثقافة الشخصية وحجم العائلة ونرمز له بالرمز K^2 أو X^2 .

استخدامات كاي سكوير: يستخدم لقبول أو رفض الفرضية الصفرية التي تقول بعدم وجود فوارق بين المتغيرين أو استبدالها بالفرضية البديلة H_1 القائلة بوجود فوارق بين المتغير يرين، كما يستخدم كاي مربع أساسا لقياس مدى تطابق بين توزيعين أحدهما توزيع فعلي (بيانات ميدانية) لمتغير تم قياسه وآخر توزيع نظري أو توقعي.

الشروط الأساسية لاستخدام كاي سكوير:

1. أن لا يقل العدد الكلي للقيم عن 20 مفردة.
2. أن يكون اختيار مفردة معينة مستقلة عن اختيار مفردة أخرى.
3. أن تكون البيانات بواسطة كاي مربع ليتم تحقيق هدفين هما:

أ- تحديد دلالة انحرافات التكرارات الفعلية (شاهدة عن تكرارات مطلقة).
ب- تحديد دلالة العلاقة بين مجموعتين أو أكثر بالنسبة إلى خصائص العينة.

القانون الإحصائي:

يعطى بالصياغة التالية:

$$\mathcal{S}\chi^2 = \sum \frac{(F_o - F_e)^2}{F_e}$$

حيث:

Fo: التكرارات المشاهدة.

Fe: التكرارات المتوقعة.

وتستعمل قيم المشاهدات في جدول تكراري يتكون من N سطر و C عمود مع العلم أن P=N ×C

ونحسب القيم المتوقعة F_e بالقاعدة التالية:

$$F_e = \frac{\sum N - \sum C}{\sum T}$$

تعين X^2 الجدولية: ($\mathcal{S}\chi^2_t$ $\mathcal{S}\chi^2_\alpha$)

$\mathcal{S}\chi^2_\alpha$: المحسوبة.

حساب درجات الحرية.

يرتبط قبول ورفض الفرض الصفري عند حساب $\mathcal{S}\chi^2$ بعدد درجات الحرية ودرجة الحرية تشير إلى العدد المحتمل للمحاولات التي يبذلها الباحث لصحة الفرض الصفري، الذي قام بصياغته وتعطى درجة الحرية بالقاعدة التالية:

$$dF=(N-1).(C-1)$$

dF: معين الصفري في الجدول χ^2

α: المعين العمودي.

تقاطعهما يعين χ^2 الجدولية.

مثال:

إذا كان لدينا N=3 و C=6

عين قيمة χ^2 عند مستوى المعنوية $\alpha=0.01$

$$dF=(N-1).(C-1)$$
$$=(3-1).(6-1)$$
$$=10$$

من الجدول ننظر السطر العاشر والعمود 0.01 فنجد χ^2 يساوي $K^2=23.21$

مقارنة χ^2 المحسوبة و χ^2_t الجدولية.

الحالة الأولى:

إذا كانت: $\chi^2_t > \chi^2$.

فإننا نقبل الفرضية الصفرية H_0 القائلة بعدم وجود فوارق بين المتغيرين.

الحالة الثانية:

إذا كانت $\chi^2_t < \chi^2$.

فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة H_1 القائلة بوجود فوارق بين المتغيرين.

مثال: وزعت مجموعة من الطلبة على ثلاث أساتذة ممتحنين على الطلبة Z,Y,X فكانت نتائج الامتحان مبينة في الجدول المبين أدناه.

أحسب K^2 عند مستوى $\alpha=0.05$ وقرر قبول أورفض الفرضية الصفرية القائلة باستقلال نسبة الراسبين عن الأساتذة الممتحنين؟

	X	Y	Z	المجموع
ناجح	50 40.75	47 51.85	56 54.4	153
راسب	05 8.25	14 9.15	8 9.6	27
المجموع	55	61	64	180

$$S\chi^2 = \sum_{i=1}^{P} = \frac{(F_o-F_e)^2}{F_e}$$

$$Fe = \frac{\sum N.\sum C}{\sum T}$$

$$S\chi^2 = \frac{(50-46.75)}{46.75} + \frac{(47-51.85)}{51.85} + ...$$

$S\chi^2 = 4.84$

حاسب df:

$dF=(N-1).(C-1)$

$= (2-1).(3-1)$

$= 2$

ومنه: $S\chi^2 = 5.99$

وعليه نلاحظ إذا نقبل الفرضية الصفرية لأن:

$S\chi^2_t > S\chi^2$.

ملاحظات:

1. إذا كانت البيانات المجدولة وفق بعد واحد فإن عدد درجات الحرية يكون مساويا لعدد الأعمدة (-1) أي C -1.
2. إن دلالة العلاقة لا تعني قياس السببية بين المتغيرين.

الاختبار الإحصائي.

بعني به الوصول إلى قرار معين عندما نختبر الفرض الصفري والقرار يبنى على أساس المعلومات المتوفرة من العينة المسحوبة.

أنواع القرارات الإحصائية:

1. **قرارات إحصائية صحيحة إذا كان:**
   - أ- قبول الفرض الصفري عندما يكون صحيح.
   - ب- رفض الفرض الصفري عندما يكون غير صحيح.
2. **قرارات إحصائية غير صحيحة إذا كان:**
   - أ- رفض الفرضية الصفرية عندما يكون صحيح.
   - ب- قبول الفرض الصفري عندما يكون غير صحيح.

جدول يوضح حالات قبول أو رفض فرض العدم:

نوع الفرض		القرارات الممكنة	النتيجة
فرض العدم	الفرض البديل		
صحيح	غير صحيح	قبول فرض العدم	القرار صائب
صحيح	غير صحيح	رفض فرض العدم	القرار خاطئ
غير صحيح	صحيح	قبول فرض العدم	القرار خاطئ
غير صحيح	صحيح	رفض فرض العدم	القرار صائب

أنواع الأخطاء.

عندما يكون الفرض العدم صحيح ولكن لا تأيد نتائج العينة صحته فتكون النتيجة هي رفض فرض العدم بينما هو في الواقع فرض صحيح بالخطأ من النوع الأول ويرمز له بالرمز α عندما يكون فرض العدم غير صحيح وتأتي نتائج العينة بما يثبت ذلك تكون نتيجة هي قبول فرض العدم وهذا خطأ في قرار القبول لفرض العدم وهو في الواقع غير صحيح.

ورفض البديل وهو فرض صحيح ويعرف هذا الخطأ بالخطأ من النوع الثاني ويرمز له بالرمز (B).

بعض الملاحظات حول نوعي الخطأ (B.α):

1. للحصول على أفضل نتيجة من الاختبارات الإحصائية، لبد من تقليل حجم نوعين من الأخطاء ولكن قد يكون من الصعب إجراء هذا التقليل، للنوعين في نفس الوقت، فقد نجري تقليل لأحدهما بما يؤدي إلى زيادة الآخر.
2. عندما نحدد قيمة الخطأ من النوع الأول مثلا α=5% فإن قيمة الخطأ من النوع الثاني B= 95%.

تأكيد:

1. من الناحية العملية لبد من التحقق من مدى خطورة النتائج المترتبة على كلى النوعين بالنسبة للظاهرة موضوع الدراسة، فإذا كان الخطأ من النوع الأول، هو أكثر خطورة على النوع الثاني فإن القرار الصحيح هو تقليل نسبة الوقوع في هذا الخطأ.
2. إذا كان احتمال الخطأ من النوع الأول يساوي الصفر فإن احتمال الخطأ من النوع الثاني يساوي الواحد الصحيح.
3. إذا اقتربت قيمة المتوسط الحسابي μ_0 النظرية من قيمة المتوسط الحسابي الفعلية μ فإن احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الثاني (قبول الفرض الصفري وهو غير صحيح)، تتزايد وتصبح أقصى قيمة للخطأ من النوع الثاني $(1 - B)$، ولهذا نقول إن α يتم تحديدها بافتراض صحة فرض العدم في حين تحسب B بافتراض صحة الفرضية.

الجدول يوضح ذلك:

القرار المحتمل	الواقع	
	فرض العدم صحيح	فرض العدم غير صحيح
رفض الفرض H_0	قرار غير صحيح ويكون الخطأ من النوع الأول وصيغته α	القرار صحيح وصيغة حدوثه هي $1 - \alpha$
قبول الفرض H_1	نوع القرار صحيح ويعطى بالصيغة $1 - \alpha$	القرار غير صحيح ويكون الخطأ من النوع الثاني B

التوزيعات الاحتمالية النظرية التي تقرر مناطق القبول والرفض للفرضية.

اختبار Z: هو اختبار لقياس الدلالة الإحصائية ويعتمد على التوزيع الطبيعي المعياري ويمكن من خلال تحويله قيم إحصائية إلى قيم معيارية ثم التعرف على احتمال الحصول على مثل تلك القيمة المعيارية في توزيع المعاينة للمتوسط الحسابي.

حساب Z:

نضع الفرضياتان:

$H_0: \mu \neq \mu_0$
$H_1: \mu \neq \mu_0$
ثم نحدد متوسط المجتمع μ والعينة 'X وكذلك الانحراف المعياري للعينة أو للمجتمع ثم نقارن بين Z المحسوبة و Z الجدولية ونحدد ذلك وفق منطق القبول والرفض وصورة Z تعطى بالشكل التالي:

$$Z = \frac{X' - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

مثال: سحبت عينة حجمها 800 سيدة من مجتمع له توزيع معتدل لدراسة مدى موافقتهن على ما جاء في قانون الأحوال الشخصية مع العلم أن الانحراف المعياري للمجتمع هو 20 سيدة لا توافق ومتوسطه الحسابي μ=90 سيدة لا توافق وكان المتوسط الحسابي للعينة X'= 80 سيدة لا توافق.
اختبر الفرض الصفري عند مستوى α= 0.05.
لدينا:
α=5% يشير احتمال الوقوع في الخطأ من النوع الأول وهذا هو الحد الأقصى الذي قررنا قبول وقوع الخطأ وقيمة هذا الاحتمال يحدد لنا إلى أي مدى يمكن اعتبار الفرق بين المتوسط الحسابي للمجتمع ومتوسط العينة فرقا حقيقيا معنويا من الناحية الإحصائية بين إحصائية العينة ومعلمة المجتمع أو إرجاع ه<ا الفرق إلى عوامل صدفة البحث:

$$Z = \frac{80-90}{20\sqrt{800}}$$

$$Z = -14.14$$

إن Zالمحسوبة أقل من الحد الأدنى لـ Z الجدولية ولذلك نرفض فرض العدم (يساوي المتوسطين) ونقبل الفرض البديل الذي يقول بأن قيمة المتوسط الحسابي μ للمجتمع تختلف عن قيمة متوسط العينة 'X أي أن المتوسط الحسابي للعينة لا ينتمي إلى المجتمع الأصلي الذي متوسطه μ = 90 وأن الفرق بين المتوسطين حقيقيا ولا يرجع إلى عوامل الصدفة.

توزيع T:
يفضل إذا كان حجم العينة 30 > n ولكن مع معلوماتية تباين المجتمع.
توزيع مربع كاي:
يعتبر مناسبا في حالة اختبار استقلالية الصفات.
توزيع F فيشر:

يعتبر مناسبا في حالة اختبار تجانس العينات أو اختبار تساوي تباين مجتمعين.

مكونات وإجراءات اختبار الفروض الإحصائية.

تحديد الفرض الصفري والفرض البديل:

نحدد الفرض الصفري بما يشير إلى خاصية مجهولة في المجتمع وفي الوضع المعاكس نحدد الفرض البديل H_1 والهدف من كل هذا هو اتخاذ قرار بقبول أحدهما ورفض الآخر وتوجد ثلاث صور لاختبار الفروض الإحصائية.

اختبار الطرفين:

الفرض الصفري يأخذ قيمة واحدة في مقابل الفرض البديل يأخذ جميع القيم التي تختلف عن قيمة الفرض الصفرية سواء بالزيادة أو بالنقصان بصورة التالية:

$H_0: \mu = \mu_0$

$H_1: \mu \neq \mu_0$

تحديد التوزيع الاحتمالي النظري للإحصائية الاختبار:

منطقة القبول: ويرمز لها بالرمز $(1 - \alpha)$ حيث يتم تحديدها بالاعتماد على معرفة الفرض البديل H_1 ومستوى المعنوية والتوزيع الإجمالي النظري لإحصائية الاختبار ويمثل المنطقة (%90،%95،%99) من المساحة تحت منحنى التوزيع الاحتمالي النظري وذلك إذا كانت مستويات المعنوية α على التوالي: (%10،%5،%1) وتضم منطقة القبول جميع القيم $(1 - \alpha)$ فإذا وقع المتوسط الحسابي للعينة في مدى هذه القيم فإننا الفرض الصفري H_0.

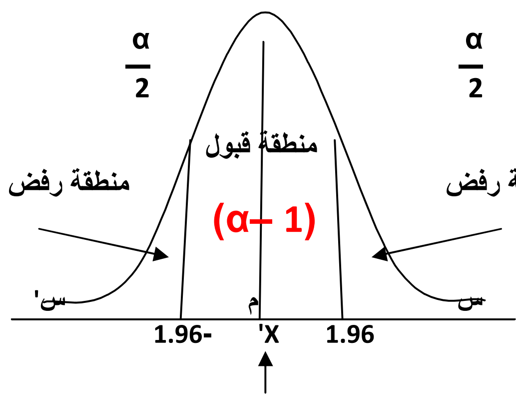
منطقة الرفض (المنطقة الحرجة): وهي تقع خارج حدود منطقة القبول $(1 - \alpha)$ فتشمل جميع القيم α في حالة اختبار الفرض ذو الطرف الواحد وجميع القيم $\frac{\alpha}{2}$ في حالة اختبار الفرض من الطرفين وإذا وقع المتوسط الحسابي للعينة في مدى هذه القيم نرفض الفرض الصفري H_0.

الجدول التالي يوضح الربط الحرجة المعيارية:

مستوى المعنية	%10	%5	%1	
Z:القيمة الحرجة. رفض اختبار الفرض طرف واحد	1.28+ 1.28-	2.33+ 2.33-	2.33+ 2.33-	الطرف الأيمن الطرف الأيسر
Z: القيمة الحرجة قبول اختبار الطرفين	1.64 + 1.64-	2.58 + 2.58-	2.58+ 2.58-	/

بالإضافة إلى ذلك يمكن الرجوع إلى جدول التوزيعات الاحتمالية النظرية K,F,T للحصول على قيمة مضبوطة.

مناطق القبول والرفض H0 وفقا لطبيعة اختبار الفروض الإحصائية:



اختبار التجانس بين عينتين:

تمهيد: عند إجراء البحوث والدراسات الاجتماعية تصادفنا الكثير من المشاكل تتطلب المقارنة بين متوسطي عينتين لمعرفة ما إذا كانت هاتان العينتان من مجموعتين مختلفتين ولهما نفس المتوسط مسحوبتين من نفس المجتمع وعمليا عند اختبار مدى فاعلية عمل علينا أن نسحب عينتين الأولى تمثل المجتمع قبل تأثير العامل والثانية تمثل المجتمع بعد تأثير العامل ويختبر ما إذا كان الفرق بين متوسط العينتين فرق جوهري، نستنتج فاعلية العامل.

مقياس ستودنت:

اكتشفت العالم البريطاني وليام ڤوست التوزيع الاحتمالي T سنة 1908م ولم يشأ أن يذكر اسمه ونشره بإمضاء ستودنت كبديل مستعار لاسمه وأعطى الحرف الأخير في الكلمة كاسم للاختبار الذي يستخدم في توزيع المعايرة الإحصائية.

استخداماته:

1. **يستخدم في اختبار المتوسطات في حالة إذا لم يكن تباين المجتمع معلوم والذي يستبدل بتبيان العينة، وبما أن تباين أي عينة لا يساوي بالضبط**

تباين المجتمع المسحوبة منه، لذلك استخدام Z سيعرض اختبار المتوسطات للخطأ.

2. يستخدم لتحديد مدى معنوية الفرق بين متوسطي عينتين معروفة الانحراف المعياري لكل منهما كما يفصل استخدامه في جميع الحالات مهما كان حجم العينة.

اختبار T: يستعمل اختبار T للاختبار الفرض الصفرية القائلة بأن نتائج العينتين متجانسة في مقابل الفرضية الصفرية القائلة بعدم تجانس العينتين.

1. **في حالة n_1،n_2 أقل من 30:** يعطى اختبار T بالصيغة التالية:

$$T = \frac{'X_1-'X_2}{\sqrt{\dfrac{(n_1)(\sigma_1)+(n_2)(\sigma_2)}{n_1+n_2-2} \times \left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$$

ويحدد مستوى المعنوية المطلوب بـ: (1%، 5%، 10%) مع العلم أن درجة الحرية في هذه الحالة:

$$dF=n_1+n_2-2$$

2. **في حالة عينتين لهما نفس الحجم حيث n أقل من 30:** تعطى T بالصيغة التالية:

$$T = \frac{'X_1-'X_2}{\sqrt{\dfrac{(n)\sum d^2 -\sum d^2}{n_2} \times \dfrac{1}{n(n-1)}}}$$

حيث:

$d = X_1 - X_2$

نقوم بتعين T_α الجدولية وذلك بعد استخراج درجة الحرية بالشكل التالي:

$dF = n - 1$

إذا كانت $|T|$ أقل من T_α الجدولية فإننا نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرضية البديلة.

3. في حالة n_1 و n_2 أكبر من 30: تصاغ العلاقة وفق التالي:

$$T = \frac{'X_1 - 'X_2}{\sqrt{\frac{ب^2}{n_1} \times \frac{ب^2}{n_2}}}$$

ثم نعين قيمة T_α علما أن درجة الحرية هي:

$dF = n_1 + n_2 - 2$

اختبار التجانس بين عدة عينات.

تحليل التباين:

مقدمة: يعتمد تحليل التباين أساسا على حساب التباين بين العينات والتباين داخل كل العينات أما المقياس المستخدم للحكم على مستوى معنوية أودالة الفروق بين متوسطات العينات فهو ما يطلق عليه بقيمة F نسبة لعالم الإحصاء فيشار مكتشف هذه الطريقة وتقاس قيم F النظرية من جداول خاصة موضوعة لهذا الغرض.

شروط استخدام طريقة تحليل التباين:

1. أن يكون توزيع قيم أو مفردات العينات متصفا بصفة إعتدالية أو أن احرافها عن التوزيع المعتدل بسيطا.

2. أن يكون التباين لقيم العينات متجانسا.

3. أن تكون العينات المطلوب تطبيق تحليل التباين عليها ذات ظروف واحدة أو متجانسة.

وتهدف طريقة التحليل التباين إلى اختبار الفرض الصفري القائل بتجانس العينات مقابل الفرض البديل القائل بعدم تجانسها.

ولحساب نسبة F نتبع الطريقة التالية:

نفرض أنه لدينا K عينة:

1. حساب مجموع المربعات.

$$I=\sum X^2_1+\sum X^2_2+\sum X^2_3+\sum X^2_4 \ldots\ldots\ldots \sum X^2_K$$

2. حساب مربع مجموع العينات على مجموع التكرارات.

$$II = \frac{(\sum X_1+\sum X_2 \ldots\ldots \sum X)^2}{n_1 + n_2 + \ldots\ldots n_K}$$

3. حساب مجموع مربعات العينات.

$$III = \frac{(\sum X_1)^2}{n_1}+\frac{(\sum X_2)^2}{n_2}+\frac{(\sum X_3)^2}{n_3}+\ldots\ldots\frac{(\sum X_K)^2}{n_K}$$

4. حساب مسار التباين.

أ- مجموع المربعات بين العينات.

$SSB=III-II$

ب- مجموع المربعات داخل العينات.

$SSW=I-III$

ج- مجموع المربعات الكلي.

$SST=SSB+SSW$

5. حساب التباين ما بين العينات MSB.

SSB

$$MSB = \frac{}{K-1}$$

6. حساب التباين داخل العينات MSW.

$$MSW = \frac{SSW}{N-K}$$

7. وأخيرا نحسب نسبة F التي تعطى بالصيغة التالية:

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

يمكن تلخيص هذه النتائج في جدول يعرف بجدول تحليل التباين ويعطى كما يلي:

مصادر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	التباين
مابين العينات	SSB III - II	K – 1	$MSB = \frac{SSB}{K-1}$
داخل العينات	SSW I – III	N – k	$MSW = \frac{SSW}{N-K}$
الإجمالي	SST SSB + SSW	n - 1	$F = \frac{MSB}{MSW}$

تعين F الجدولية:

$F_{\alpha}(K-1, n-K)$

حيث:

K – 1: يحدد العمود.

n -1: يحدد السطر.

وعندها نجد قيمة F عند مستويات الثقة المعرفة ونقارن بين F المحسوبة والجدولية لنميز:

1. إذا كانت F المحسوبة أقل من F الجدولية نقبل الفرض الصفري ونقول أن العينات متجانسة.
2. إذا كانت F المحسوبة أكبر F الجدولية نقول أن F دالة إحصائية مع وجود فوارق بين العينات وبتالي نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل.

تحليل التباين بطريقة ثانية:

تنطلق هذه الطريقة من أن الفرض الصفري الذي يعتبر أن المجتماعت التي أخذت منها مختلف العينات متشابهة أو أن هذه العينات أخذت من نفس المجتمع أو متوسطات هذه المجتمعات متساوية مع تقبل خطأ معين وهذه الطريقة تتم وفق الخطوات التالية:

1. حساب المتوسط الحسابي لكل عينة:

$$'X_i = \frac{\sum X_i}{n}$$

2. حساب المتوسط الحسابي لكل المتوسطات الحسابية للعينات:

$$''X = \frac{\sum 'X_i}{K} = \frac{\sum\sum X_i}{n_1+n_2+n_K}$$

3. حساب التباين ما بين العينات MSB:

$$SSB = \sum n_i('X - ''X)^2$$

ومنه:

SSB

$$MSB = \frac{}{K-1}$$

4. حساب التباين داخل العينات MSW:

$$SSW = \sum\sum (X_i - 'X_i)^2$$

ومنه:

$$MSW = \frac{SSW}{n-k}$$

ملاحظة:

$$SST = SSB + SSW$$

$$= \sum\sum (X_i - ''X_i)^2$$

ومنه:

$$F = \frac{MSB}{MSW}$$

تطبيق:

لدينا أربع محطات للأرصاد الجوية قيست فيها تساقط الأمطار لعدة سنوات فإذا أخذنا عددا من عينات التساقط لشهر أكتوبر وسجلنا هذه القياسات في الجدول التالي:

X_1	09	08	10	9	8	10	11	11	76
X_2	10	11	9	10	12	11	10	11	84
X_3	10	13	12	11	11	10	12	11	90
X_4	9	8	10	7	9	10	9	8	70

هل متوسطات التساقط لشهر أكتوبر تختلف من محطة لأخرى.

1. حساب المتوسطات الحسابية:

$X1'=9.5$

$X2'=10.5$

$X3'=11.25$

$X4'=8.75$

2. حساب متوسط المتوسطات:

$$X'' = \frac{9.5+10.5+11.25+8.75}{4}$$

$X''=10$

$$\frac{\sum\sum X_i}{\sum n} = \frac{70+90+84+76}{32}$$

3. حساب SSB:

$$SSB=\sum n_i(X_i' - X'')^2$$

$$= 8(9.5 - 10)^2+8(10.5 - 10)^2+8(11.25 - 10)^2+8(8.75 - 10)^2$$

$=28.96$

4. حساب MSB:

$$MSB = \frac{SSB}{K - 1} = \frac{28.96}{3} = 9.65$$

5. حساب MSW:

$$SSW = \sum\sum(X_i - \bar{X}i)^2$$

$(X_1 - \bar{X})^2$	$(X_2 - \bar{X})^2$	$(X_3 - \bar{X})^2$	$(X_4 - \bar{X})^2$
0.25	0.25	1.56	0.66
2.25	0.25	3.06	0.56
0.25	2.25	0.56	1.56
0.25	0.25	0.06	3.06
2.25	2.25	0.06	0.06
0.25	0.25	1.56	1.56
2.25	0.25	0.56	0.06
2.25	0.25	0.06	0.56
10	6	7.48	7.48
$\sum$			

SSW=(10+6+7.48+7.48

=30.96

$$MSW = \frac{SSW}{n - K}$$

$$= \frac{30.96}{28}$$

حساب قيمة F:

$$F = \frac{MSB}{}$$

MSW

9.65

=-

1.10

=8.75

حساب قيمة F_α الجدولية:

$dF_1=K-1$

$=4-1$

$=3$

$dF_2=n-k$

$=28$

عند مستوى 0.05

$F_{0.05}(3.28)$

=2.95.

مع تحيات أخوكم فارس الجزائري